



Groupement d'ingénieurs-conseils

Méthodes d'estimation du risque d'avalanche

22, place de la République
38610 Gières
Tél. : 04.76.89.65.68
<http://www.toraval.com>

Auteur du Rapport : Christophe ANCEY

Août 2001

Sommaire

1	OBJECTIFS DU RAPPORT	5
1.1	Contexte socioéconomique.....	5
1.2	Proposition d'une méthodologie	8
2	PROBLEMATIQUE ET METHODOLOGIE	13
2.1	Présentation de la problématique	13
2.2	Etude théorique sur un cas idéal.....	15
2.2.1	Mise en équation du problème	15
2.2.2	Recherche des densités de probabilité des variables aléatoires du processus.....	17
2.2.3	Le problème inverse	22
2.2.4	Description de l'extension du mobile par une seule variable aléatoire.....	25
2.2.5	Simulation de Monte Carlo	27
2.2.6	Synthèse	29
2.3	Proposition d'une méthodologie	30
2.3.1	L'Analyse déterministe : quels outils de calcul ?	30
2.3.2	L'analyse statistique : quel mode opératoire ?	33
2.3.3	L'analyse experte : pour quoi faire ?	34
2.3.4	Synthèse : énoncé de la méthodologie.....	35
3	ANALYSE SPATIALE D'UN SITE	37
3.1	Origine et nature des sources d'information	37
3.2	Principe de l'analyse	39
3.2.1	Exploitation des données de site.....	41
3.2.2	Exploitation des bases de données événementielles	43
3.3	Vers une automatisation des procédures.....	44
4	ANALYSE FREQUENTIELLE DES CONDITIONS NIVO-METEOROLOGIQUES	46
4.1	Origine et nature des données (en France)	46
4.1.1	Sources de données	46
4.1.2	Principe des mesures	48
4.1.3	Incertitudes, erreurs, lacunes dans les mesures	49

4.2	Traitement statistique : les principes.....	51
4.3	Mise en œuvre du dépouillement	51
4.4	Examen de quelques hypothèses à la base du calcul statistique.....	55
4.4.1	Données utilisées.....	55
4.4.2	Examen de quelques hypothèses à la base du calcul statistique.....	55
4.5	Quelques résultats typiques issus du dépouillement	60
4.5.1	Comparaison des méthodes.....	60
4.5.2	Lois de Gumbel et Montana.....	60
4.5.3	Masse volumique moyenne des chutes de neige.....	62
4.5.4	Influence de l'altitude.....	63
4.6	Des chutes de neige à l'épaisseur de neige déclenchée	66
4.6.1	Principe de l'estimation.....	66
4.6.2	Mise en pratique.....	68
4.7	Les limites de la méthode.....	71
5	ANALYSE FONCTIONNELLE	72
5.1	Principe	72
5.2	Hypothèses	73
5.2.1	Paramètres de nature hydrologique.....	73
5.2.2	Paramètres constants.....	75
5.2.3	Paramètres variables.....	76
5.3	Mise en oeuvre.....	77
6	METHODES STATISTIQUES DITES « NORVEGIENNES »	80
7	MODELES DETERMINISTES DE TYPE VOELLMY	81
7.1	Repère du mouvement	81
7.1.1	Équation de conservation de la quantité de mouvement.....	83
7.2	Equations du mouvement dans le cas des écoulements gravitaires	85
7.3	Résolution propre des équations du mouvement dans le cas $\alpha = 0$	86
7.4	La pratique en ingénierie.....	88

7.5	Le modèle Voellmy-Salm-Gubler pour les avalanches coulantes.....	88
7.5.1	Equations de base ; conditions initiales.....	88
7.5.2	Procédure de calcul.....	90
7.5.3	Autres grandeurs calculées par le modèle VSG.....	91
7.5.4	Valeurs des paramètres du modèle VSG.....	93
7.6	Le modèle PCM pour les avalanches coulantes.....	95
7.6.1	Equations de base.....	95
7.6.2	Principe de résolution.....	96
7.6.3	Valeurs des paramètres dans le modèle de Perla.....	96
8	MODELE DE BEGHIN POUR LES AEROSOLS.....	97
8.1	Hypothèse et équations de base.....	97
8.2	résolution des équations en l'absence de reprise.....	99
8.3	Modélisation des aérosols réels.....	100
8.3.1	Principes.....	100
9	METHODES DE DEPOUILLEMENT STATISTIQUE.....	103
9.1.1	Méthode des maxima annuels.....	103
9.1.2	Méthode des maxima mensuels.....	104
9.1.3	Méthode du renouvellement.....	104
9.1.4	lois statistiques.....	105
10	QUELQUES EXEMPLES D'ANALYSE SPATIALE.....	109
10.1	Exemple 1 : le versant peu marqué.....	109
10.2	Exemple 2 : zone d'accumulation alimentant plusieurs couloirs.....	110
10.3	Exemple 3 : couloir alimenté par plusieurs zones d'accumulation.....	113
10.4	Exemple d'analyse spatiale assistée par ordinaire.....	115
11	REFERENCES.....	118

1 Objectifs du rapport

1.1 Contexte socioéconomique

Dans le domaine de l'hydraulique d'eau claire, la définition d'un aléa en termes de période de retour est d'un usage courant. Sur le plan scientifique, on observe un certain consensus sur la notion de période de retour d'une crue, consensus à la fois dans la définition de la variable aléatoire sur laquelle porte l'analyse fréquentielle (le débit de pointe) et sur les méthodes d'estimation de la période de retour. Sur le plan pratique, la notion de période de retour est relativement bien maîtrisée à la fois par les bureaux d'études, les maîtres d'ouvrages, et les politiques. De plus, cette pratique est universelle : la démarche technique et décisionnelle n'est pas tellement différente entre les Etats Unis et la France dans ce domaine.

Les avalanches sont des aléas à commande hydrologique comme les crues des cours d'eau : pour qu'il y ait des avalanches, il faut que de la neige soit tombée auparavant. Pourtant l'image que la plupart des gens retiennent des avalanches est radicalement différente de celle des crues. L'avalanche apparaît très souvent comme un tout, sans véritable gradation dans son intensité. Cela s'illustre clairement dans le langage courant. Ainsi, on entend souvent des phrases telles que *"l'avalanche du Pra est tombée"*. Implicitement, tout le monde aura compris que, dans le couloir du Pra, une avalanche vient de s'écouler. Une telle phrase est si commune qu'elle ne surprend personne. Pourtant, si l'on disait : *"la crue de l'Isère passe"* pour dire *"l'Isère est en crue"*, il est vraisemblable que la tournure choquerait. L'assimilation d'un site géographique à l'aléa et l'emploi du pronom défini au lieu d'un indéfini jouent pour beaucoup dans ce manque de nuances dans la vision des avalanches. De même, dans les cartes d'avalanche, l'usage (la métonymie dirait le grammairien) assimilant l'emprise des avalanches connues à l'avalanche du site elle-même est courante. Cette vision très monolithique de l'aléa avalancheux a des répercussions importantes, parfois fâcheuses. Elle peut ainsi être un raccourci dangereux à la question de savoir si un secteur donné est soumis à un risque d'avalanche. Puisque l'avalanche serait un tout, la réponse donnée obéit le plus souvent à une logique du tout ou rien : oui tel endroit est soumis au risque d'avalanche ou non il ne l'est pas. En fait, la réponse devrait plutôt être du style : *"il y a tant de chances (ou en termes plus technique : de probabilités) que ce secteur connaisse une avalanche d'au moins telle ampleur au cours du siècle ou de l'année à*

venir". Un autre exemple est la définition des plans de zonage en France : les plans de zonage divisent le territoire en zones de couleur différente. La couleur rouge indique un fort risque d'avalanche ; une conséquence directe sur le plan d'occupation des sols est que les aménagements permanents n'y sont généralement pas tolérés. La couleur bleue correspond à un risque d'avalanche moyen à faible ; sans encourager la construction, le POS admet en général des aménagements permanents moyennant des prescriptions architecturales ou réglementaires à respecter. Enfin, la zone blanche est réputée sans risque et aucune contrainte de protection n'y est imposée. L'esprit présidant à la constitution d'un zonage introduit une certaine gradation de l'aléa avalancheux, mais celle-ci ne concerne que l'intensité du phénomène en termes de dommages potentiels. En Suisse, un découpage en trois zones existe également. Mais à la différence du système français, la gradation obéit à la fois à un critère d'intensité (la limite est fixée par une pression d'impact de 30 kPa, soit 3 t/m²) et de fréquence du phénomène : la zone blanche correspond à des phénomènes de période de retour supérieure à 300 ans et la zone bleue correspond à des phénomènes de périodes de retour supérieures à 30 ans et de pression d'impact inférieure à 30 kPa. On remarquera que la zone blanche n'est pas synonyme d'absence de risque mais correspond à un secteur soumis à un risque d'avalanche très faible. Le risque d'y observer une avalanche est inférieur à 0,3 chances sur cent en moyenne chaque année. Ces exemples sont typiques de la culture française en matière d'avalanche, culture où la notion d'intensité/fréquence n'a pas encore véritablement émergé.

Le tribut payé à ce retard culturel est plus grand qu'on ne le croit. Les disparités du niveau de protection sont ainsi évidentes d'un site à l'autre dans les Alpes françaises. Par exemple, dans bien des cas, c'est la plus grande avalanche connue qui sert d'élément de référence dans un zonage. Cela conduit automatiquement à deux attitudes extrêmes. Dans les régions habitées depuis longtemps, la mémoire des événements est encore vivace et a probablement fixé des événements exceptionnels, d'emprise très grande et rarement observés depuis. La zone dite blanche est alors souvent restreinte et, du coup, les possibilités d'aménagement réduites. A l'opposé, dans des zones habitées seulement depuis une époque récente (c'est le cas notamment de beaucoup de domaines d'altitude), les informations sont lacunaires et concentrées sur un intervalle de temps souvent trop faible pour que des événements extrêmes aient pu se produire. Toutes choses étant égales par ailleurs, la zone blanche aura une extension vraisemblablement plus importante que précédemment, rendant plus faciles les projets d'aménagement. Il s'ensuit donc que niveau de risque et perspectives d'aménagement diffèrent sensiblement d'une localité à l'autre. Un autre exemple concerne la gestion multirisque d'un site. Il est fréquent qu'un enjeu

économique (une route par exemple) soit soumis à plusieurs risques : avalanche, lave torrentielle, congère, chutes de blocs, etc. Un observateur vigilant note alors parfois des incohérences frappantes dans le niveau de protection : on peut ainsi exiger qu'un enjeu puisse supporter une avalanche, qui a une chance sur cent de se produire annuellement (avalanche centennale), et une crue torrentielle, qui a seulement une chance sur mille de survenir. Ceci conduit à un fort déséquilibre (un risque est sur-représenté par rapport à un autre), qui se traduit alors par un coût financier injustifié. Enfin un dernier exemple est directement lié à la tendance annoncée d'une recherche systématique en responsabilité après un accident. De nos jours, en France, dès lors qu'une avalanche atteint une zone blanche, comme cela a pu arriver en février 1999 à Chamonix, ce n'est plus la fatalité qui est évoquée dans les journaux mais le soupçon d'une faute. A terme, quelle autre option pourra-t-il rester aux techniciens en charge du zonage si ce n'est d'accroître très significativement les limites des zones rouges sans base objective autre qu'un légitime soin à s'éviter d'éventuels ennuis judiciaires ultérieurs autant que faire se peut ?

A l'évidence, penser les avalanches à travers un couple intensité/ fréquence ne constitue pas uniquement un gain méthodologique en ingénierie, mais également un progrès significatif dans la recherche d'une meilleure sécurité contre les avalanches. Le présent programme de recherche s'inscrit dans cette problématique. Entre autres objectifs, il vise à une première mise en plat des problèmes relatifs à la définition de la période de retour d'une avalanche et à la proposition de méthodes d'estimation. Un souci constant est de permettre une application directe des résultats dans un contexte opérationnel. Différentes approches fondées sur différents niveaux de complexité sont ainsi testées avec cet objectif en filigrane. Le présent rapport fait état des résultats obtenus.

1.2 Proposition d'une méthodologie

Plusieurs approches sont possibles pour caractériser un aléa à la fois sur le plan de son intensité et d'un point de vue fréquentiel. Nous appelons ici *aléa de référence* un aléa d'une période de retour donnée. Le qualificatif de « référence » indique ici un phénomène qui va servir de référence dans le cadre d'un projet d'aménagement ou d'un zonage. D'autres termes peuvent être employés comme *aléa de projet*, *aléa acceptable*, etc. Nous verrons plus loin que dans le cas présent, la principale difficulté technique est de déterminer la relation entre période de retour et caractéristiques physique d'une avalanche. Parmi les voies explorées jusqu'à présent, on peut citer :

- les approches purement *statistiques*, parfois connues sous le nom de méthodes norvégiennes [1-7]. Elles consistent à déterminer la distance d'arrêt d'une avalanche pour une période de retour donnée (en général 100 ans) en fonction de paramètres topographiques du site. Ces méthodes sont toutefois limitées car elles ne sont réellement applicables que pour des avalanches coulantes et des sites avalancheux dont le profil topographique est simple (avalanche de versant avec un profil en long convexe). De plus, elles ne permettent que de donner la cote d'arrêt et ne renseignent donc pas sur les champs de vitesse et de pression. L'application de ces modèles dans les Alpes françaises a donné des résultats peu encourageants [6, 8] ;
- les approches *déterministes*, fondées sur la résolution d'équations du mouvement pour décrire l'écoulement de l'avalanche. Parmi les modèles les plus couramment utilisés en ingénierie dans le monde, le modèle de Voellmy et ses variantes permettent d'estimer les caractéristiques des avalanches pour différentes périodes de retour [9-11]. Cela revient en général à considérer qu'une avalanche centennale résulte d'une chute de neige centennale (ou s'en approchant) et mobilise une neige dont les caractéristiques mécaniques sont également exceptionnellement rencontrées (neige sèche et froide, fluide, etc.). L'expérience montre qu'en fait, il suffit qu'une de ces deux conditions soit vérifiée pour observer un phénomène de très grande ampleur (période approchant ou supérieure à 100 ans). La combinaison des deux conditions doit donc amener à une surévaluation de l'intensité du phénomène.
- Les approches *expertes* ou *naturalistes* [12, 13]. Par analyse du terrain (notamment dégâts dans la forêt), examen des archives, analogie avec d'autres sites, il est possible de déterminer de manière approximative la fréquence et l'intensité des gros phénomènes

affectant un site. Toutefois, ce type d'approche est généralement très dépendant de la qualité des données à disposition, de l'expérience et de la capacité d'analyse de l'expert, etc.

Un premier bilan de ces approches serait de dire qu'elles ont permis d'apporter un éclairage intéressant du phénomène avalancheux à travers la caractérisation intensité/ fréquence. Mais aucune d'elle ne se révèle comme particulièrement robuste, fiable, généralisable, et efficace. Pour améliorer cet état, il semble intéressant de rechercher à combiner les approches entre elles.

Avec cette idée en tête, nous privilégions ici une approche fondée sur le couplage :

- de modèles déterministes de calcul d'avalanche,
- de méthodes statistiques de type hydrologique pour fournir des données d'entrée aux modèles (conditions nivo-météorologiques, probabilité de déclenchement),
- et de règles expertes visant à préciser le fonctionnement général d'un site avalancheux.

Pourquoi combiner trois approches avec les difficultés d'assortir trois modes de raisonnement différents que l'on peut redouter ? Nous partons du principe qu'en l'état actuel des choses (peu de données) et des connaissances (incomplètes) une combinaison de différentes méthodes doit permettre d'aboutir à une méthode robuste et applicable à n'importe quel type de site. L'idée de base est que trois paramètres ont un rôle prépondérant dans un phénomène avalancheux :

- Les *conditions nivologiques* : c'est naturellement une lapalissade que d'affirmer que pour qu'il y ait des avalanches, il faut qu'il y ait de la neige à mobiliser. La quantité de neige mobilisable est donc une grandeur de première importance. Comme, en général, les avalanches de grande ampleur sont consécutives à de fortes chutes et comme leur volume dépend étroitement des chutes de neige des derniers jours, il est utile de connaître les distributions statistiques de cumul de neige sur plusieurs jours et des épaisseurs de neige au sol.
- Les *caractéristiques mécaniques de la neige en écoulement* : la nature de la neige (masse volumique, humidité, etc.) influent directement sur les caractéristiques de l'écoulement, notamment sur le type d'avalanche (avalanche en aérosol, avalanche coulante) et ses caractéristiques mécaniques (fluidité, etc.).
- La *configuration du site* : le relief, la rugosité du sol, l'orientation et l'inclinaison des pentes, la topographie des zones de départ, d'écoulement et d'arrêt ; tous ces paramètres ont une

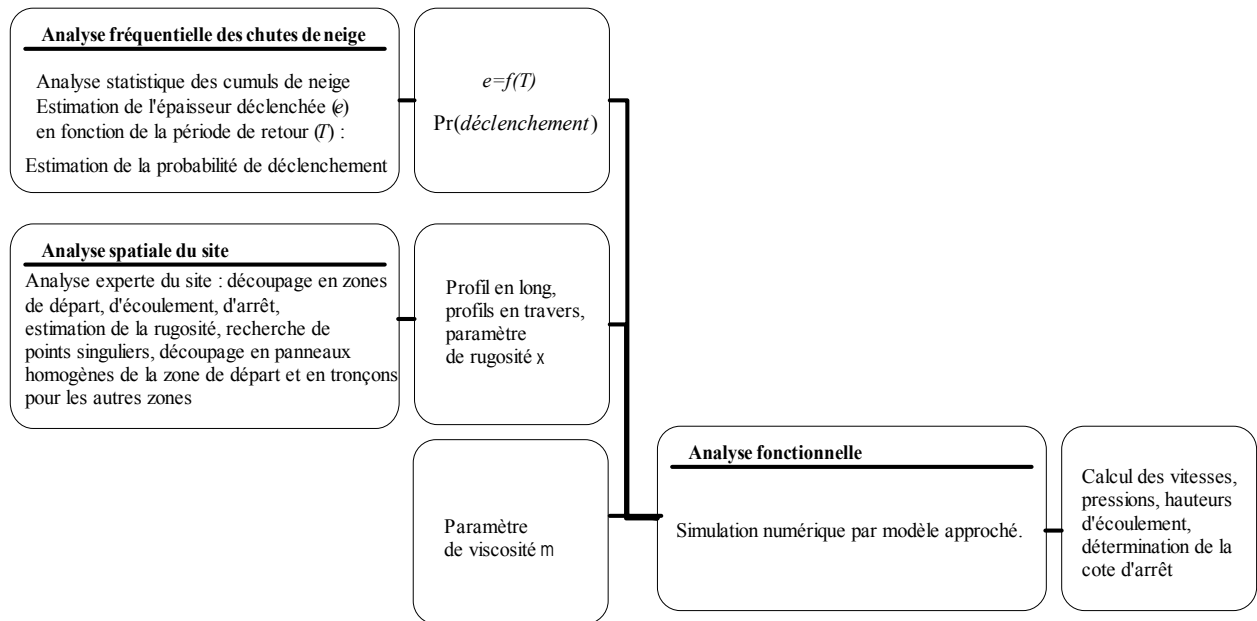
certaine influence sur la dynamique d'un écoulement. Ainsi, toutes choses étant égales par ailleurs, une avalanche canalisée peut s'écouler plus loin qu'une avalanche de versant.

Pour parvenir à établir une méthode de description de l'aléa, comprenant notamment la relation entre ses caractéristiques et sa fréquence, toute approche doit prendre en compte au moins les trois points ci-dessus. Nous avons cherché à développer la méthodologie la plus simple possible qui tienne compte de ces trois points. Le raisonnement est le suivant :

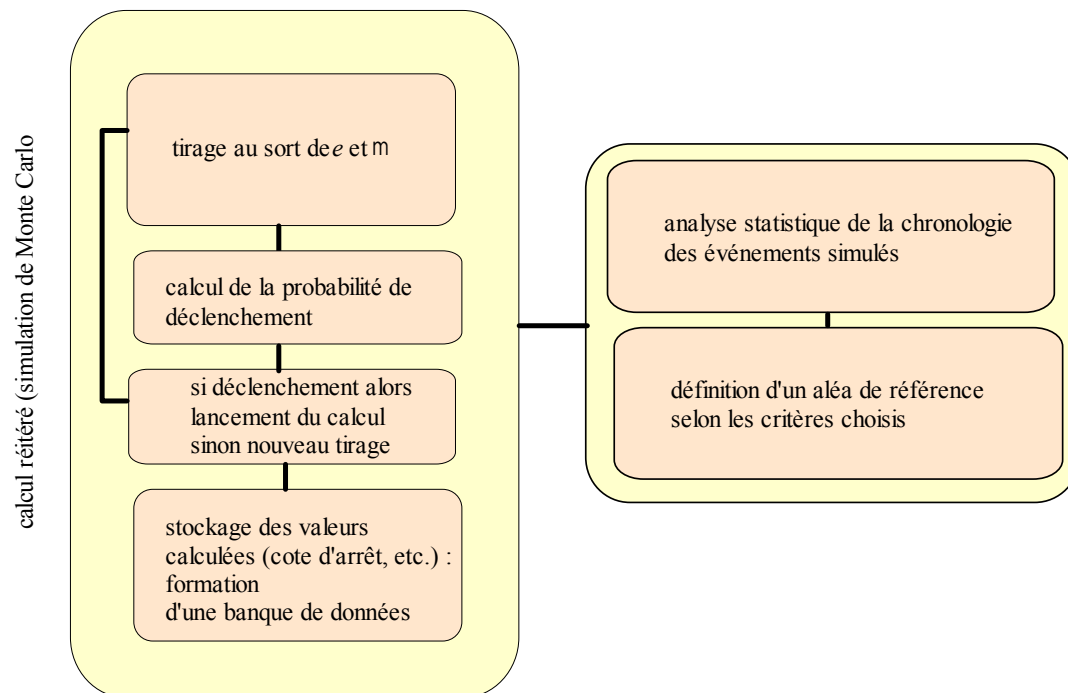
1. Compte tenu du réseau actuel de stations nivo-météorologiques et des possibilités bientôt offertes de reconstitution de chroniques de précipitations sur plusieurs décennies, il est possible de faire des statistiques sur les cumuls de neige tombés C en fonction de la période de retour T et de la durée d ainsi que sur les hauteurs de neige au sol h . Les méthodes mises en œuvre pour cela sont celles employées classiquement en hydrologie. On aboutit aussi à des relations de la forme $C(d) = f(T)$. On peut ensuite estimer une épaisseur de déclenchement (e) en fonction de la période de retour : $e = g(T)$. Cette estimation se fait de manière empirique à partir de la relation $C(d) = f(T)$, des caractéristiques de la zone de départ considérée (déclivité), et en prenant en compte d'éventuels facteurs correctifs liés au vent ou à l'altitude. Comme toutes les chutes de neige ne produisent pas des avalanches, il faut déterminer la probabilité de déclenchement associée à une chute de neige donnée, probabilité notée ici $\text{Pr}(\text{déclenchement})$. Dans certains cas également, les hauteurs de neige au sol sont des grandeurs intéressantes dans le dimensionnement d'ouvrages et on peut alors rechercher des lois statistiques $h = i(T)$.
2. L'un des premiers éléments pour apprécier un site d'un point de vue du fonctionnement avalancheux est le profil en long. Mais naturellement, bien d'autres facteurs ont également un rôle important dans la dynamique de l'écoulement, au premier chef desquels il faut citer : la topographie de la zone de départ (déclivité, orientation, couverture végétale, découpage en panneaux), la géométrie de la zone d'écoulement (régularité, pente moyenne, confinement, etc.), les caractéristiques de la zone d'arrêt (pente, place disponible, continuité avec la zone d'écoulement). Certains de ces paramètres sont quantifiables et objectifs. Il est par exemple possible de se faire une idée du confinement d'un couloir en faisant des profils en travers en différents points. D'autres paramètres ne sont pas quantifiables ou le sont difficilement. Par exemple, quand une zone de départ est découpée en différents panneaux avec des caractéristiques différentes, plusieurs scénarios sont possibles pour la mise en mouvement de l'avalanche : mouvement d'un seul panneau, de plusieurs panneaux ou de la totalité, de

manière simultanée ou successivement. Ce sont très souvent des règles empiriques tirées de l'expérience générale et/ ou de l'observation particulière du site qui apportent les éléments de réponse nécessaires.

3. Pour quantifier le plus précisément possible les effets d'une avalanche, il faut recourir à des modèles dynamiques de calcul (déterministes). Comme le comportement mécanique (rhéologique) de la neige en écoulement n'est connu que très partiellement, une approche purement mécaniste n'est pas possible de bout en bout. Toutefois, il existe plusieurs modèles simples reposant sur des hypothèses certes grossières (par exemple assimilation de l'écoulement à un solide glissant), mais qui peuvent donner en première approximation des estimations correctes de la distance d'arrêt, des vitesses, hauteurs, et pressions d'impact. De plus ces modèles sont utilisés depuis plusieurs années, leurs qualités et défauts sont assez bien connus des spécialistes. Nous utiliserons dans notre approche le modèle de Voellmy pour décrire les avalanches coulantes ; c'est un modèle à deux paramètres (un traduit la rugosité du site, l'autre la viscosité de la neige).
4. A partir des différents niveaux d'analyse, que l'on peut qualifier successivement de *fréquentiel* (statistique sur les chutes de neige), *spatial* (définition des caractéristiques du site), et *fonctionnel* (écoulement des avalanches), il est possible d'arriver à une description des aléas sur un site (voir la figure n° 1). L'un des objectifs assignés à cette description est la relation entre ampleur et fréquence de l'avalanche. Pour cela, nous procédons à des simulations dites de Monte Carlo. La figure n° 2 résume la démarche. L'idée est de tirer au sort (selon une loi de distribution définie au préalable à partir de l'analyse statistique des cumuls de neige) l'épaisseur déclenchée dans la zone de départ, d'affecter une valeur (par tirage au sort ou selon des règles empiriques) aux caractéristiques mécaniques de l'avalanche. Ces données sont utilisées comme entrées du modèle numérique (Voellmy) en plus du profil en long et des profils en travers nécessaires à caractériser la zone d'écoulement. Le modèle est lancé et les résultats (distance d'arrêt, pression, etc.) sont enregistrés. On peut alors réitérer la procédure après un nouveau tirage au sort des conditions initiales. A la fin, on aboutit à une chronique d'événements simulés. Il est ainsi possible de définir l'avalanche centennale ou bien d'examiner la différence entre avalanches exceptionnelles (période de retour très grande) et avalanches courantes (celles observées annuellement).



• Figure 1 : séquence suivie pour l'obtention des données d'entrée nécessaires aux simulations numériques.



• Figure 2 : schéma conceptuel de l'approche suivie de calcul de l'aléa par simulation de Monte Carlo.

2 Problématique et méthodologie

Dans cette section, nous allons détailler la problématique proposée, ce qui va nous permettre de justifier l'approche et de présenter dans le détail les outils de traitement mathématiques. La présentation est linéaire de telle sorte que le lecteur puisse repérer les grandes étapes du raisonnement. Certaines parties, au caractère très technique, peuvent être sautées sans perte de compréhension.

2.1 Présentation de la problématique

L'approche proposée ici vise à déterminer les caractéristiques des avalanches sur un site donné, notamment à travers une description de la relation intensité/ fréquence. En arrière-plan, cette approche doit permettre d'aider au choix d'un aléa de période de retour donnée lors de la conception d'un ouvrage ou bien pour la réalisation d'un zonage.

Avec un tel objectif, on peut se dire qu'*a priori* la problématique est très proche de celle des cours d'eau et qu'en conséquence les méthodes statistiques employées pour l'hydrologie des cours d'eau peuvent être utilement employées. Toutefois, plusieurs difficultés surgissent et limitent les possibilités d'utilisation dans le domaine des avalanches :

- pour les cours d'eau, il existe des chroniques de débit continues sur plusieurs décennies, sur lesquelles il est possible de faire des statistiques fiables. Dans le domaine des avalanches, seuls quelques couloirs font l'objet d'observations régulières (voir en annexe la procédure EPA). Les informations sont de plus souvent imprécises (cote d'arrêt approximative), lacunaires, et partielles (pas ou peu de renseignement sur les vitesses de l'écoulement par exemple). Bref, il y a peu de données et celles-ci sont souvent d'une qualité insuffisante pour un traitement statistique correct ;
- dans le cas des cours d'eaux, la variable physique mesurable est le débit de pointe. Cette grandeur est dite :
 - *intrinsèque* car elle traduit le phénomène d'écoulement et ne dépend pas de la géométrie du lit. Ainsi si la section d'écoulement change au cours du temps (aménagement des berges par exemple), le débit n'en est pas affecté. A l'opposé, si on avait pris une grandeur non physique, telle que la hauteur d'eau, alors la statistique

pourrait se trouver altérée par des variations des conditions aux limites au cours du temps.

- *mesurable* car il existe une gamme variée d'équipements et/ou de méthodes qui permettent de la mesurer *in situ*.
- Le débit de pointe est une variable aléatoire pertinente dans la mesure où à partir de sa connaissance, on peut déduire les hauteurs et les vitesses en appliquant quelques lois de l'hydraulique. Naturellement, elle ne rend pas compte de la dynamique d'une crue, il faut pour cela d'autres quantiles (tels que le débit constamment dépassé sur une durée donnée) mais elle permet de donner en première approximation ce qui se passe pour la pointe de crue. Dans le cas des avalanches, d'une part il n'est pas certain qu'une seule variable soit suffisante pour décrire l'écoulement¹, d'autre part que la variable ou les variables soi(en)t des grandeurs physiques mesurables. Par exemple, dans les méthodes statistiques norvégiennes, la variable aléatoire est la cote d'arrêt. Or celle-ci dépend étroitement du terrain naturel, il ne s'agit pas d'une grandeur intrinsèque. Et le débit d'une avalanche ? Si tant est que le débit d'un phénomène transitoire avec transfert de masse (dépôt/ reprise de neige) ait un sens, il ne constituerait pas pour autant une grandeur pertinente dans la mesure où il n'est pas facilement mesurable et que dans tous les fichiers de données, aucune mention des vitesses n'est en général faite.

L'approche hydrologique classique ne peut donc pas s'appliquer commodément aux avalanches. On peut se demander si une alternative ne serait pas d'utiliser des modèles déterministes. Ainsi, dans la méthode VSG (voir en annexe pour un descriptif détaillé), il est possible de faire varier la hauteur de déclenchement (et par là le débit initial) et les caractéristiques mécaniques de la neige dans certaines fourchettes. Par exemple, pour calculer une avalanche qualifiée de « centennale », on peut déterminer la hauteur de déclenchement à partir des cumuls des trois derniers jours d'une chute de neige de période de retour 100 ans, et choisir un paramètre mécanique de la neige en regard avec le volume mobilisé. *De facto*, ce faisant, on considère implicitement que :

- La période de retour de l'avalanche correspond à la période de retour des chutes de neige [14] ;

¹ contrairement à l'hydraulique, il n'y a pas une loi univoque entre débit et hauteur. Il est donc vraisemblable, que pour décrire un écoulement, il faille donner des indications à la fois sur la vitesse (ou le débit) et la hauteur.

- De même, les caractéristiques mécaniques peuvent être décrites par des variables aléatoires ; leur probabilité d'occurrence correspond également à celle des avalanches [15].

On peut se poser la question de la validité de ces hypothèses. Notamment, quelle raison y aurait-il qu'une variable aléatoire décrivant un processus soit affecté de la même période de retour que d'autres variables de ce processus ?

Pour y voir plus clair, nous allons considérer l'exemple suivant, où l'on fait l'analogie entre un bloc solide et une avalanche coulante. En fait le jeu d'équations manipulées est structurellement identique à celui employé dans le modèle de Voellmy (et ses variantes). Le problème est donc très près de notre centre de préoccupation. Cet exemple sert également à introduire un grand nombre d'outils mathématiques qui peuvent aider à la résolution du problème étudié ici. Notamment à travers l'étude de cet exemple, nous allons montrer comment on peut déduire la densité de probabilité d'une variable aléatoire (telle que la distance d'arrêt) caractérisant un processus (ici le mouvement d'une masse) connaissant les densités de probabilité des paramètres aléatoires gouvernant ce processus). Nous nous intéresserons également au problème dit *inverse*, qui est la détermination de la densité de probabilité d'un paramètre aléatoire connaissant la densité de probabilité de la variable aléatoire.

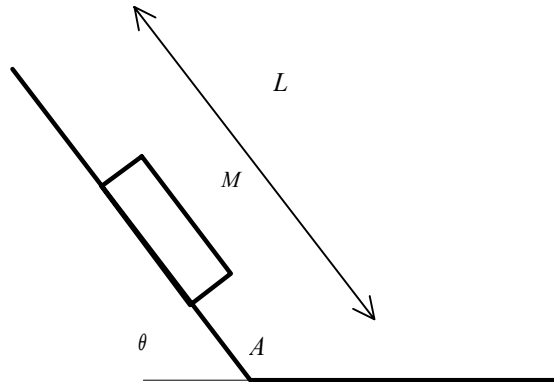
2.2 Etude théorique sur un cas idéal

2.2.1 Mise en équation du problème

Considérons un bloc solide, assimilé à un point mobile M , de masse m . On suppose que cette masse peut varier considérablement d'une expérience à une autre selon une loi de densité de probabilité P_m , connue par ailleurs. Cette masse ponctuelle se déplace sur un plan, incliné sur une longueur L d'un angle θ par rapport à l'horizontale, puis horizontal (voir figure n° 3). Le point M subit deux types d'action de la part du plan :

- un frottement de type coulombien, avec un coefficient de frottement solide f ;
- une force de frottement fonction quadratique de la vitesse αv^2 , où α est un paramètre constant.

La valeur de f varie d'une expérience à une autre selon une densité de probabilité P_f connue à l'avance. On suppose que la vitesse initiale du mobile est nulle pour toutes les réalisations. On cherche à déterminer la loi de probabilité de l'énergie cinétique du solide au point A .



• Figure 3 : schéma du mouvement.

On cherche à connaître l'énergie et le déplacement de la masse au cours du temps. A cet effet, regardons l'équation du mouvement sur la partie inclinée du plan :

$$(1) \quad m \frac{du}{dt} = mg \sin \theta - fmg \cos \theta - \alpha u^2$$

Après réarrangement, on déduit simplement que :

$$(2) \quad \frac{du}{dt} + \frac{\alpha}{m} u^2 = g \cos \theta (\tan \theta - f)$$

C'est une équation différentielle du premier ordre non linéaire. En l'intégrant et en tenant compte de la condition initiale, on trouve que l'expression générale de la vitesse est :

$$(3) \quad u(t) = \sqrt{\frac{mg \cos \theta (\tan \theta - f)}{\alpha}} \tanh \left(t \sqrt{\frac{\alpha g \cos \theta (\tan \theta - f)}{m}} \right)$$

une nouvelle intégration amène à la variation de la position en fonction du temps :

$$(4) \quad x = \frac{m}{\alpha} \ln \left(\cosh \left(t \sqrt{\frac{\alpha g \cos \theta (\tan \theta - f)}{m}} \right) \right)$$

Il s'ensuit que le point M est en A à l'instant :

$$(5) \quad t_A = \sqrt{\frac{m}{\alpha g \cos \theta (\tan \theta - f)}} \operatorname{arccosh} e^{\frac{\alpha L}{m}}$$

On déduit de là la vitesse au point A :

$$(6) \quad u_A = \sqrt{\frac{mg \cos \theta (\tan \theta - f)}{\alpha}} \tanh \left(\operatorname{arccosh} e^{\frac{\alpha L}{m}} \right) = \sqrt{\frac{mg \cos \theta (\tan \theta - f)}{\alpha}} \sqrt{1 - e^{-\frac{2\alpha L}{m}}}$$

ainsi que son énergie :

$$(7) \quad E_A = m^2 \beta (\tan \theta - f) \delta$$

$$\text{avec } \beta = \frac{g \cos \theta}{2\alpha}, \quad \delta = 1 - e^{-\frac{2\alpha L}{m}}$$

Pour calculer la distance d'arrêt, il faut examiner l'équation du mouvement sur le plan horizontal :

$$(8) \quad \frac{du}{dt} + \frac{\alpha}{m} u^2 = -fg$$

Après intégration et en prenant comme origine de temps $t = 0$ en $x = 0$ (point A), on trouve que la vitesse vérifie :

$$(9) \quad u(t) = \sqrt{\frac{mgf}{\alpha}} \tan \left(\gamma - t \sqrt{\frac{fg\alpha}{m}} \right)$$

avec : $\gamma = \arctan \sqrt{\frac{\alpha u_A^2}{fmg}} = \arctan \sqrt{2 \frac{\alpha \delta(m) \beta (\tan \theta - f)}{fg}}$. On déduit que la vitesse s'annule au

temps t_a :

$$(9) \quad t_a = \gamma \sqrt{\frac{m}{fg\alpha}}$$

Ce temps correspond au délai entre le point A et l'arrêt de la masse M . Par une nouvelle intégration, on déduit la distance d'arrêt :

$$(10) \quad x_a = -\frac{m}{\alpha} \ln(\cos \gamma)$$

2.2.2 Recherche des densités de probabilité des variables aléatoires du processus

Nous cherchons à déterminer la loi de probabilité des variables aléatoires. Nous nous intéresserons ici uniquement à la variable E . Un calcul en tout point identique peut être mené pour x_a , mais il est beaucoup plus complexe sur le plan des calculs.

En admettant que le coefficient f et la masse m sont des variables aléatoires indépendantes, une stratégie de calcul consiste à rechercher la probabilité jointe d'avoir une énergie E et une masse m . Le problème est qu'on ne connaît pas la densité de probabilité de la variable aléatoire. Pour

cela, on se donne une fonction de transformation qui permet de passer du jeu de variables (E, m) au jeu (f, m) . On note J le jacobien de la transformation $(E, m) \rightarrow (f, m)$:

$$(11) \quad J = \left| \det \begin{pmatrix} \frac{\partial E}{\partial f} & \frac{\partial E}{\partial m} \\ \frac{\partial m}{\partial f} & \frac{\partial m}{\partial m} \end{pmatrix} \right| = \left| \frac{\partial E}{\partial f} \right|$$

La règle de composition des probabilités impose que la probabilité jointe d'avoir une énergie E et une masse m est :

$$(12) \quad P_{E,m}(E, m) = \frac{P_m(m)P_f(f)}{J} = \frac{P_m(m)P_f(f)}{m^2 \beta \delta}$$

Pour la distance d'arrêt, on a :

$$P_{x,m}(x_a, m) = P_m(m)P_f(f) \frac{f^3 g^2 + 4f(f - \tan \theta)^2 \beta^2 \delta^2 \alpha^2}{4m \beta^2 \delta^2 \alpha \tan \theta |f - \tan \theta|}$$

Par intégration, on en déduit que la densité de probabilité pour la variable aléatoire E_a est :

$$(13) \quad P_E = \int P_{E,m}(E, m) dm = \int (m^2 \beta \delta)^{-1} P_m(m) P_f(f) dm$$

On déduit la densité de probabilité de E :

$$(14) \quad P_E = \int \frac{P_m(m)}{m^2 \beta \delta} P_f(\tan \theta - E / (m^2 \beta \delta)) dm$$

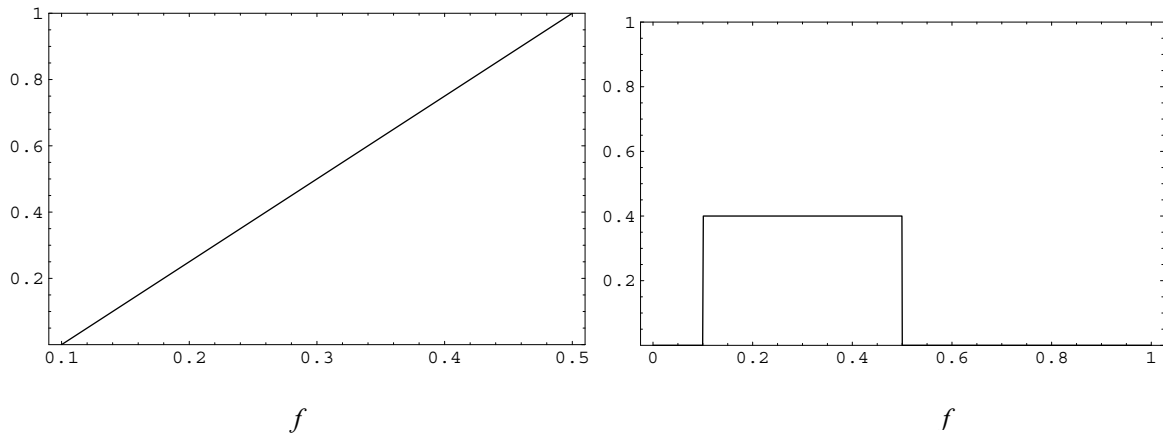
tandis que pour la distance d'arrêt, on a une forme nettement plus complexe :

$$P_x(x_a) = P_{x,m}(x_a, m) = 2\alpha^2 \beta g \tan \theta \int \frac{P_m(m)P_f(f)(1 + \tan^4 \arccos e^{-x_a \alpha / m}) \delta(m)}{m \tan^2 \arccos e^{-x_a \alpha / m} (2\alpha \delta(m) \beta + g \tan^2 \arccos e^{-x_a \alpha / m})^2} dm$$

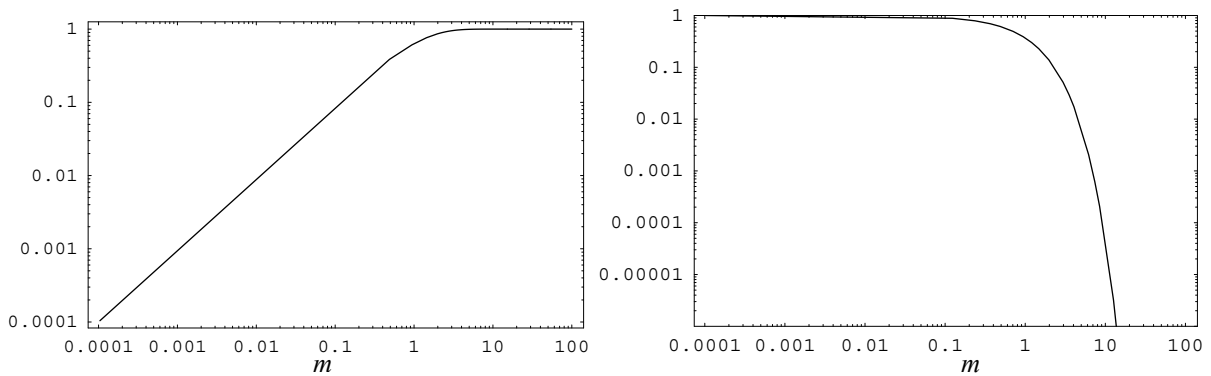
Si on considère le cas très simple d'une distribution aléatoire uniforme pour f (cf. Fig. 4) et de type exponentiel pour m (cf. Fig. 5) :

$$(15) \quad \begin{aligned} f_2 \geq f \geq f_1 &\Leftrightarrow P_f = \frac{1}{f_2 - f_1} \\ f_2 < f \text{ ou } f < f_1 &\Leftrightarrow P_f = 0 \end{aligned}$$

$$(16) \quad P_m = e^{-\frac{m}{m_1}}$$



• Figure 4 : fonction de répartition (probabilité de non-dépassement : probabilité que le coefficient de frottement soit inférieur à une valeur donnée) à gauche et densité de probabilité pour la variable aléatoire f à droite. Calcul effectué avec $f_1 = 0,1$ et $f_2 = 0,5$.



• Figure 5 : fonction de répartition (probabilité que la masse soit inférieure à une valeur donnée) à gauche et densité de probabilité pour la variable aléatoire m à gauche. Calcul effectué avec $m_1 = 1$.

On tire de (14) que la densité de probabilité de E s'écrit :

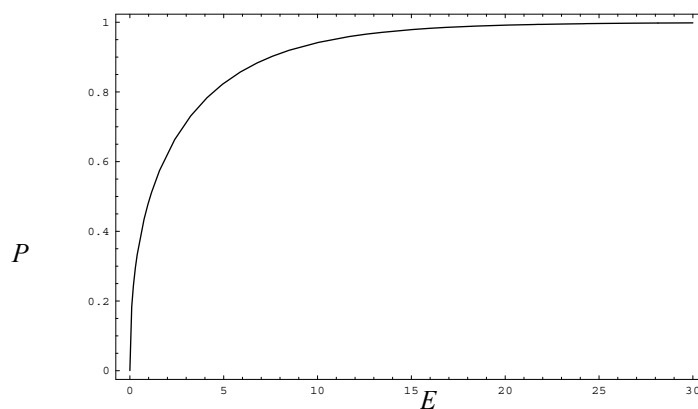
$$(17) \quad P_E = \frac{1}{\beta(f_1 - f_0)} \int_{\mu_1}^{\mu_2} \frac{e^{-\frac{m}{m_1}}}{m^2 (1 - e^{-\frac{2\alpha L}{m}})} dm$$

avec $(\tan \theta - f_i)(1 - e^{-\frac{2\alpha L}{\mu_i}})\mu_i^2 = E / \beta$. La fonction de répartition (probabilité de non-dépassement) s'obtient par une nouvelle intégration :

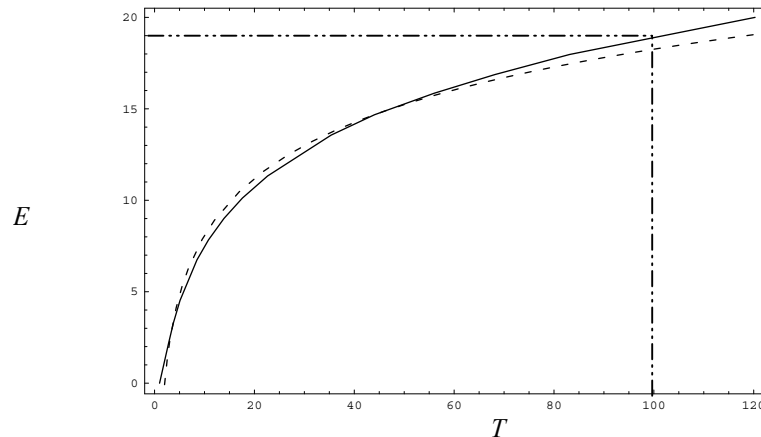
$$(18) \quad \Pr(E \leq E_n) = \frac{1}{\beta(f_1 - f_0)} \int_0^{E_n} dE \int_{\mu_1(E)}^{\mu_2(E)} \frac{e^{-\frac{m}{m_1}}}{m^2 (1 - e^{-\frac{2\alpha L}{m}})} dm$$

Aucune expression analytique n'existe pour ces fonctions. En revanche, il est possible de les évaluer numériquement (cf. Fig. 6). Ainsi, nous indiquons la forme de la fonction de répartition (probabilité cumulée) dans le cas $f_1 = 0,1$, $f_2 = 0,5$, et $m_1 = 1$.

A noter qu'il existe plusieurs façons de représenter cette fonction de répartition. Une des manières possibles consiste à exprimer la fréquence P (probabilité de non-dépassement) en termes de période de retour définie comme $T = 1/(1 - P)$. Dans le cas présent, l'unité de temps est arbitraire. Dans l'exemple traité, cela donne la courbe de la figure 7. Ce mode de représentation sera le plus courant par la suite. Toujours pour exploiter cette figure, on peut faire remarquer que, quoique la fonction de répartition soit complexe et non analytique, il est possible d'en trouver une expression approchée en calant une loi de Gumbel de la forme $E = E_0 - G_E \ln(-\ln P)$, avec dans le vocabulaire de l'hydrologie E_0 le *mode* et G_E le *gradex* de l'énergie. Dans l'exemple traité, on trouve par la méthode de calage des moindres carrés que $E_0 = -1,662$ et $G_E = 4,332$. Le fait que le calage apparaisse bon n'est pas surprenant car ce type de loi donne généralement de bons résultats pour décrire des distributions de variable aléatoire, dont certaines valeurs sont jugées rares ou exceptionnelles.



• Figure 6 : fonction de répartition (probabilité de non-dépassement) de la variable aléatoire E Calcul effectué avec $f_1 = 0,1$, $f_2 = 0,5$, $m_1 = 1$ kg, $\theta = \pi/4$, $\alpha = 1$ kg/m, et $L = 1$ m.



• Figure 7 : distribution de la variable aléatoire E Calcul effectué avec $f_1 = 0,1$, $f_2 = 0,5$, $m_1 = 1$ kg, $\theta = \pi/4$, $\alpha = 1$ kg/m, et $L = 1$ m. La probabilité de non-dépassement (en abscisse) a été remplacée par la période de retour définie comme $T = 1/(1-P)$ (unité de temps arbitraire). La courbe en tiret représente la loi de Gumbel calée sur la courbe théorique : $E = -1,6 - 4,33 \ln(-\ln(1-1/T))$

En résumé, cet exemple illustre un résultat intuitif : la densité de probabilité de variables aléatoires représentatives de l'écoulement, comme l'énergie ou bien la distance d'arrêt, dépend des distributions de probabilité des variables des paramètres mécaniques, mais ce lien n'est pas direct. Notamment, le quantile de la variable aléatoire E ne peut pas *a priori* être obtenu en connaissant les quantiles des paramètres d'entrée f et m . Par exemple, fixons-nous une fréquence de non-dépassement de 0,99 (ou en termes de période de retour 100 ans), on obtient comme quantiles : $f = 0,496$; $m = 100$ kg ; $E = 18,97$ J (avec comme paramètres : $\theta = \pi/4$, $\alpha = 1$ kg/m, et $L = 1$ m). L'application de l'équation de l'énergie au point A (éq. 7) en prenant les paramètres $f = 0,496$ et $m = 100$ kg donne une valeur de E égale à 346 J, soit 18,3 la valeur du quantile théorique, qu'on peut par exemple lire sur la figure 7. Il est donc clair à travers cet exemple que, pour un processus non linéaire, un quantile théorique associé à une probabilité donnée ne peut pas être déduit simplement en faisant un calcul du processus en prenant comme valeurs des paramètres d'entrée les quantiles de ces paramètres associés à la probabilité considérée.

Une deuxième remarque est à faire : on a raisonné en probabilité de non-dépassement. Pour le coefficient de frottement, on trouve que les valeurs extrêmes (probabilité de non-dépassement supérieure ou égale à 0,01) sont proches de 0,5 (valeur forte) alors qu'on s'attendrait dans le présent contexte à avoir des valeurs proches de 0,1 (valeur faible). Cela est naturel car la distribution de probabilité est une fonction nécessairement croissante. Pour bien raisonner, c'est-

à-dire pour avoir un résultat plus conforme aux attentes, il faut considérer comme variable aléatoire non pas f mais $1/f$.

La troisième et dernière remarque est la relative lourdeur et la complexité des calculs à mettre en œuvre dans un cas simple. On peut craindre que pour des géométries plus proches de la réalité, les calculs deviennent rapidement fastidieux, et ce d'autant qu'ils ne sont pas analytiques. Il est donc nécessaire de recourir à des méthodes numériques de résolution du problème. Nous aborderons ci-après (cf. 2.2.5) ici la méthode dite de *Monte-Carlo*. On va avant cela examiner deux problèmes : (i) le problème inverse, où l'on cherche à déterminer une densité de probabilité d'une variable d'entrée (m ou f) connaissant celle d'une variable de sortie ; (ii) le calcul de probabilités conditionnelles sur les variables de sortie.

2.2.3 Le problème inverse

Une question intéressante concerne le problème inverse, où l'on souhaite déterminer les lois de probabilités de variables d'entrée connaissant celles de variables de sorties du modèle. Par exemple, admettons qu'on connaisse la densité de probabilité du coefficient de frottement à partir d'une série d'expériences réalisées par ailleurs. On réalise un certain nombre N_D d'expériences avec différentes masses, pour lesquelles on mesure l'énergie au point A . On a donc en tout N_D données simulées. On est alors capable de calculer une densité de probabilité empirique \hat{P}_E de cet échantillon. La question est « *quelle doit être la densité de probabilité de la masse m pour que les résultats du modèle théorique coïncident avec les données expérimentales ?* ».

La réponse formelle est simple puisqu'on a vu précédemment que toutes les distributions de probabilités sont reliées entre elles par l'équation 13. On est donc ici intéressé à résoudre le problème inverse sous la forme de l'équation intégrale suivante :

$$(19) \quad \hat{P}_E(E) = \int (m^2 \beta \delta(m))^{-1} P_m(m) P_f(\tan \theta - E/(m^2 \beta \delta)) dm$$

Cette équation, appelée *équation de Fredholm de première espèce*, n'admet pas de solution analytique générale. Elle se résout de manière numérique. L'une des principales difficultés est que ce type d'équations constitue un problème mal posé et sa résolution nécessite des techniques spécifiques de régularisation. Parmi ces techniques, l'une des plus couramment employées et des plus efficaces est la méthode de Tikhonov, qui consiste à minimiser une certaine fonctionnelle. On peut procéder de la manière suivante :

La masse m varie à l'intérieur d'un certain domaine, que l'on peut supposer en première approximation fini. Notons le M et considérons N_K points de discrétisation de ce domaine. Nous cherchons à déterminer la densité de probabilité $P_m(m)$ qui vérifie l'équation 19. Mis sous une forme convolutive, le terme intégral peut encore s'écrire :

$$(20) \quad \hat{P}_E(E) = \int_M K(m, E) P_m(m) dm$$

où $K(m, E) = (m^2 \beta \delta(m))^{-1} P_f(\tan \theta - E / (m^2 \beta \delta))$ est appelé le *noyau*. Dans le cas présent, il s'agit d'une fonction connue des variables m et f . On considère la forme discrétisée de l'intégrale :

$$(21) \quad \int_M K(m, E_i) P_m(m) dm = \sum_{j=1}^{N_K} \varepsilon_{ij} K(m_j, E_i) P_{m,j}(m_j) \Delta$$

où Δ est l'intervalle (supposé constant) entre deux points du maillage de M ($\Delta = M / (N_K - 1)$), ε_{ij} est un coefficient qui vaut 1 si le point considéré est à l'intérieur strict du maillage et $1/2$ s'il se trouve aux frontières ; ce terme provient de la méthode des trapèzes dans le calcul approché du terme intégral. On peut introduire un terme qui traduit l'écart relatif entre cette estimation de l'intégrale et la valeur expérimentale :

$$(22) \quad \sigma_i = \frac{\hat{P}_E(E_i) - \sum_{j=1}^{N_K} \varepsilon_{ij} K(m_j, E_i) P_{m,j}(m_j) \Delta}{\hat{P}_E(E_i)}$$

ou encore sous une forme matricielle : $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{1} - \mathbf{A} \hat{\mathbf{P}}_m$, où $\mathbf{1}$ désigne un vecteur unitaire de dimension N_D , $\hat{\mathbf{P}}_m$ un vecteur inconnu de dimension N_K , et la matrice \mathbf{A} a pour composantes :

$$(23) \quad A_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij} K(m_j, E_i)}{\hat{P}_E(E_i)}, \quad 1 \leq i \leq N_D, \quad 1 \leq j \leq N_K$$

Pour déterminer $\hat{\mathbf{P}}_m$, on pourrait le calculer en cherchant à minimiser $|\boldsymbol{\sigma}|$, mais cela entraîne en général des problèmes car la matrice \mathbf{A} est mal conditionnée. On aboutit alors à un vecteur $\hat{\mathbf{P}}_m$ très bruité. Une manière d'éviter cela est d'imposer la continuité de $P_m(m)$. Cela peut se faire (régularisation de Tikhonov) en minimisant la somme des carrés des dérivées secondes de $P_m(m)$ aux points de discrétisation. En termes numériques, si l'on approche la dérivée seconde par la formule classique du deuxième ordre : $f''(x_0) = (f(x_0 + h) - f(x_0 - h)) / h^2 + o(h^2)$, en omettant les points aux frontières, cela revient à calculer le minimum de :

$$(24) \quad \sum_{j=2}^{N_K-1} \left(\frac{d^2 P_m}{dx^2} \right)_j^2 = (\mathbf{B}\hat{\mathbf{P}}_m)^T \cdot (\mathbf{B}\hat{\mathbf{P}}_m)$$

où \mathbf{B} est la matrice tridiagonale $N_D \times N_K$ résultant de l'application du schéma de différences finies centrées :

$$(25) \quad \mathbf{B} = \frac{1}{\Delta^2} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

On cherche à minimiser la fonctionnelle suivante $R = \boldsymbol{\sigma}^T \cdot \boldsymbol{\sigma} + \lambda (\mathbf{B}\hat{\mathbf{P}}_m)^T \cdot (\mathbf{B}\hat{\mathbf{P}}_m)$, où λ est un paramètre petit (sa valeur est en général à optimiser selon la méthode dite de la courbe-L).

Minimiser R revient à rechercher $\partial R_j / \partial \hat{P}_{m,j} = 0, 1 \leq j \leq N_K$. La solution est :

$$(26) \quad \hat{\mathbf{P}}_m = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A} + \lambda \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{B})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{1}$$

Une approche alternative consiste à pré-spécifier une forme pour la densité de probabilité $\hat{P}_m(m; Y)$ (de variable aléatoire m et de paramètres Y) et à déterminer les paramètres de cette loi. Cela peut se faire par des méthodes classiques comme la méthode des moindres carrés ou ici de manière plus agréable par l'utilisation du théorème de Bayes. Donnons-nous une forme *a priori* (qu'on nomme *prior*) de la densité de probabilité de \hat{P}_m et notons la : \tilde{P}_m . On suppose qu'on connaît la densité de probabilité de f et qu'on a une série S de N_D valeurs expérimentales de E_A . Le théorème de Bayes dit que la probabilité conditionnelle donnant la masse en ayant connaissance de la série de données S est :

$$(27) \quad \hat{P}_m(m | S) = \frac{V(S | Y) \tilde{P}_m(m; Y)}{\int V(S | Y) \tilde{P}_m(m; Y) dm}$$

où V est la vraisemblance d'une loi de probabilité empirique $\tilde{P}_E(E)$ eu égard à la série de

données S : $V = \prod_{i=1}^{N_D} \tilde{P}_E(E_i)$. Cette probabilité empirique se calcule à partir de l'équation 13 :

$$(28) \quad \tilde{P}_E(E) = \int_M (m^2 \beta \delta(m))^{-1} \tilde{P}_m(m; Y) P_f(\tan \theta - E / (m^2 \beta \delta)) dm$$

La formule de Bayes permet, à partir d'une connaissance *a priori* de la densité de probabilité de la masse m et des données de sortie (ici l'énergie au point A), d'affiner la forme de cette densité de probabilité.

2.2.4 Description de l'extension du mobile par une seule variable aléatoire

Une difficulté rencontrée ici est que plusieurs variables aléatoires sont *a priori* nécessaires pour décrire le mouvement du mobile dans sa phase d'arrêt. Ainsi, dans le dessein ultérieur d'appliquer tout ceci aux avalanches, on est intéressé à déterminer la probabilité d'avoir un mobile qui va loin et possède beaucoup d'énergie. Cela peut s'étudier en introduisant la probabilité conditionnelle que le mobile ait telle distance d'arrêt sachant que son énergie au point A vaut une certaine valeur. On note cette probabilité $P(x_a | E_A)$, à ne pas confondre avec $P(x_a, E_A)$ (qui est la probabilité jointe d'avoir x_a et E_A ; rappelons : $P(x_a | E_A) = P(x_a, E_A) / P_E(E_A)$).

Contrairement au calcul précédent, on ne peut pas écrire ici : $P(x_a | E_A) = P(x_a, E_A) / P_E(E_A) = P_x(x_a)$ car les deux variables aléatoires ne sont pas indépendantes. Pour s'en convaincre, considérons les résultats du modèle déterministe ; on a :

$$x_a = -\frac{m}{\alpha} \ln(\cos \gamma)$$

$$E_A = m^2 \beta (\tan \theta - f) \delta$$

Admettons qu'au point A , l'énergie vaille une valeur donnée notée E_0 . On tire que le coefficient de frottement et la masse sont liés par : $f = \tan \theta - E_0 / (\beta m^2 \delta(m))$. D'où la distance d'arrêt x_a s'écrit comme une fonction de E_0 et m :

$$(29) \quad x_a(m, E_0) = -\frac{m}{\alpha} \ln \left(\cos \arctan \sqrt{\frac{2\alpha E_0 \delta(m) \beta}{(\delta(m) m^2 \beta \tan \theta - E_0) g}} \right)$$

On notera que :

- l'énergie E_0 doit être inférieure à une valeur critique $E_0 \leq E_c = \delta(m) m^2 \beta \tan \theta$ et lorsque $E_0 \rightarrow E_c$, alors $x_a(m, E_0) \rightarrow +\infty$
- sous la condition $E_0 \leq E_c$, cette fonction est un difféomorphisme de \mathbb{R}_+ sur \mathbb{R}_+ , que l'on note $X : x_a = X(m)$

Une conséquence directe est qu'on peut en déduire la densité de probabilité de x_a par la relation :

$$(30) \quad P_a(x_a | E_0) = \frac{P_m(X^{-1}(x_a))}{X'(X^{-1}(x_a))}$$

On a simplement appliqué comme précédemment un changement de variable $m \rightarrow x_a$; le terme au dénominateur est le jacobien de cette transformation. La difficulté ici est qu'il n'y a pas de solution analytique simple compte tenu du produit $m\delta(m)$ apparaissant dans la fonction à inverser.

On peut toutefois obtenir des approximations utiles. Si on s'intéresse aux phénomènes exceptionnels, c'est-à-dire aux valeurs de m assez grandes, on peut tirer un développement asymptotique. En effet, on a :

$$(31) \quad x_a(m, E_0) \underset{m \gg 1}{\approx} \frac{2\alpha E_0 \beta L}{(2\alpha L m \beta \tan \theta - E_0) g}$$

Soit encore :

$$(31) \quad X(m) \underset{m \gg 1}{\approx} \frac{2\alpha E_0 \beta L}{(2\alpha L m \beta \tan \theta - E_0) g} \text{ et } X^{-1}(x_a) \approx \frac{E_0}{g x_a \tan \theta} \left(1 + \frac{g x_a}{2\alpha L \beta} \right)$$

On en déduit après simplification des termes :

$$(32) \quad P_x(x_a | E_0) \approx \frac{E_0}{g x_a^2} \frac{P_m \left(\frac{E_0}{g x_a \tan \theta} \left(1 + \frac{g x_a}{2\alpha L \beta} \right) \right)}{\tan \theta}$$

Si comme précédemment, on fait l'hypothèse d'une loi exponentielle pour la masse, on déduit que la densité de probabilité d'avoir une certaine distance d'arrêt sachant qu'en A l'énergie vaut une valeur donnée est (pour les distances d'arrêt suffisamment grandes)

$$(33) \quad P_x(x_a | E_0) \approx \frac{E_0}{g \tan \theta x_a^2} \exp \left(-\frac{E_0}{m_1 g x_a \tan \theta} \left(1 + \frac{g x_a}{2\alpha L \beta} \right) \right) \approx \frac{E_0}{g \tan \theta x_a^2} \exp \left(-\frac{E_0}{m_1 2\alpha L \beta \tan \theta} \right)$$

C'est un résultat assez remarquable : la probabilité conditionnelle d'observer une distance d'arrêt x_a sachant que l'énergie au point A est E_0 , est en x_a^{-2} .

On peut également déduire de là la probabilité conditionnelle qu'un mobile atteigne un point donné d'abscisse x_A sachant que l'énergie est supérieure à un certain seuil E_s :

$$(34) \quad P_x(x_a | E \geq E_s) \approx \int_{E_s}^{\infty} \frac{E}{g \tan \theta x_a^2} \exp \left(-\frac{E}{m_1 2\alpha L \beta \tan \theta} \right) P_E(E) dE$$

Là encore il s'agit d'un terme intégral sans solution analytique.

2.2.5 Simulation de Monte Carlo

Le principe général de la méthode de Monte Carlo est de simuler une succession de réalisations en tirant des valeurs au hasard pour les paramètres mécaniques aléatoires. Il est ensuite possible de réaliser des statistiques sur les données ainsi simulées.

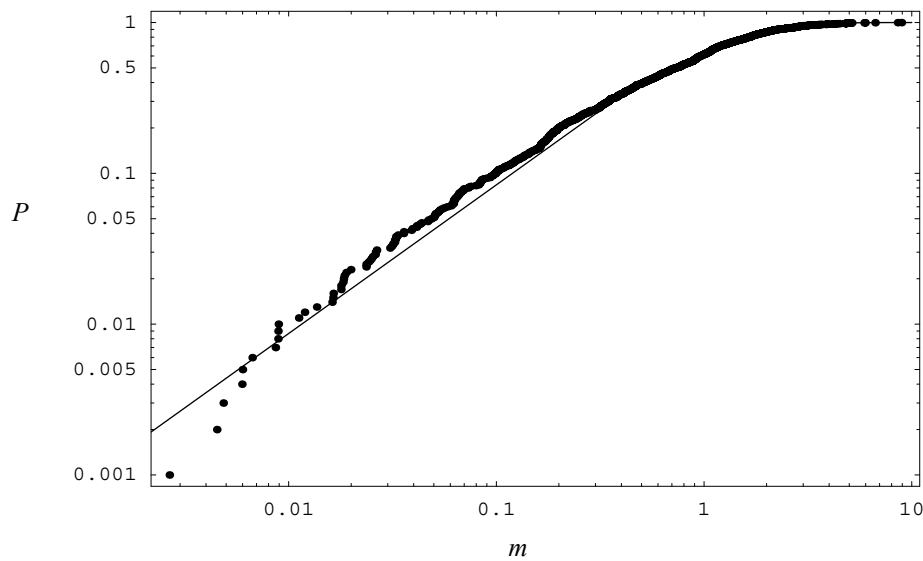
Nous reportons ci-après un exemple de simulation. Nous avons considéré que la masse m est une variable aléatoire, dont la densité de probabilité est décrite par une loi exponentielle simple (16), avec $m_1 = 1$ kg. Nous avons supposé de même que le coefficient de frottement f est une variable aléatoire, dont la densité de probabilité est décrite par une loi uniforme (15), avec ici $f_1 = 0,1$ et $f_2 = 0,5$. Pour les autres paramètres fixes, nous avons pris : $\theta = \pi / 4$, $\alpha = 1$ kg/m, et $L = 1$ m.

Nous avons réitéré le calcul de la vitesse en A (éq. 6) n fois de suite en tirant au hasard pour chaque essai des valeurs de m et f (le tirage aléatoire suit les lois de distribution considérées).

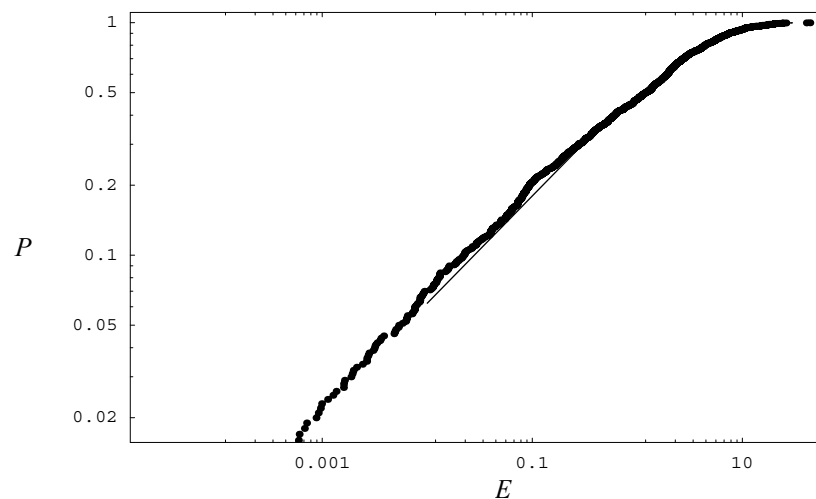
A la fin de la simulation, nous disposons de n valeurs de la vitesse. Nous avons classé le fichier résultant par ordre numérique décroissant et nous avons attribué à chaque valeur (i) une probabilité cumulée empirique de la forme :

$$(20) \quad \Pr(u < u_A(i)) = \frac{i}{n+1}$$

Nous reportons sur la figure 8 les valeurs ainsi classées de la masse m pour un exemple de simulation ($n=1000$) et sur la figure 9 la distribution de l'énergie cinétique en A (calculée d'après l'équation 7). Sur chacune des figures, nous avons reporté la fonction de répartition théorique (tirée resp. des éq. 16 et 18). Dans le cas de la distribution de l'énergie cinétique calculée dans l'équation 18, il a fallu procéder à une évaluation numérique du terme intégral.



• Figure 8 : distribution de la variable aléatoire m pour la simulation effectuée. En trait continu, distribution théorique (probabilité cumulée) imposée au tirage aléatoire.



• Figure 9 : distribution de la variable aléatoire E pour la simulation effectuée. En trait continu, distribution théorique (probabilité cumulée) déterminée par double intégration numérique de l'équation 18.

On note que la distribution théorique donnant la probabilité d'avoir une énergie cinétique inférieure ou égale à une certaine valeur (éq. 18) est correctement approchée par la fonction de répartition empirique déterminée à partir de la simulation de 1000 essais.

On conclut que, dès lors que le nombre de réalisations est grand, une simulation de Monte-Carlo permet de déterminer avec une bonne précision les distributions de probabilité de grandeurs aléatoires.

2.2.6 Synthèse

Le modèle du solide glissant présente à peu près tous les éléments nécessaires à modéliser notre problème :

- un modèle de mouvement sous la forme d'une équation différentielle ;
- la masse du solide n'est pas constante d'un essai à un autre, c'est une variable aléatoire dont la densité de probabilité est supposée connue. Dans le cas traité, elle suit une loi exponentielle, c'est-à-dire que dans la plupart des cas ordinairement rencontrés, la masse est petite mais des cas où la masse devient très grande ne sont pas à écarter ;
- de même, le frottement exercé par le sol peut varier d'un essai à un autre selon une loi de probabilité déterminée à l'avance.

Avec ces éléments, il est possible de calculer exactement la densité de probabilité d'une variable décrivant le mouvement du solide (son énergie à un point donné, sa distance, d'arrêt, etc.). Mais les calculs sont complexes. Une alternative consiste à faire des simulations numériques, dans lesquelles les variables aléatoires telles que la masse et le frottement sont tirées au hasard (selon leur loi de probabilité). Il est alors possible d'obtenir des chroniques d'événements sur lesquels on peut faire des statistiques et calculer les probabilités.

2.3 Proposition d'une méthodologie

Le schéma de raisonnement a été exposé à travers la précédente étape. Nous allons maintenant essayer de transposer cet exemple dans le domaine des avalanches. Conformément aux propos tenus dans l'introduction, les éléments strictement nécessaires à la description d'une avalanche sont :

- des paramètres de site (pente, longueur, etc.) ;
- un volume de neige mobilisé ;
- des paramètres mécaniques.

Toujours dans l'introduction, nous avons justifié l'intérêt d'une combinaison de trois approches pour caractériser au mieux les avalanches sur un site :

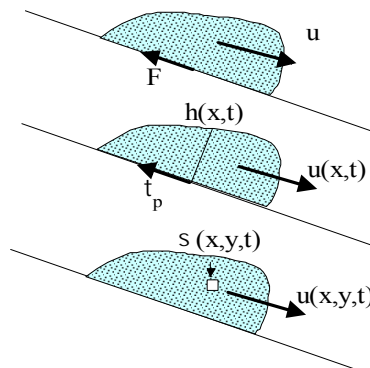
- analyse statistique pour la recherche des relations entre intensité et fréquence aussi bien pour les paramètres d'entrée que pour l'interprétation des résultats obtenus ;
- analyse déterministe pour calculer les caractéristiques des avalanches (vitesse, cote d'arrêt, etc.)
- analyse naturaliste pour appréhender le fonctionnement avalancheux du site.

Nous allons maintenant décrire chacune de ces approches dans la méthodologie proposée.

2.3.1 L'Analyse déterministe : quels outils de calcul ?

L'approche déterministe consiste à essayer de comprendre et quantifier les mécanismes impliqués dans les avalanches. Plusieurs échelles spatiales d'analyse sont possibles pour décrire un écoulement (cf. figure 10). La plus grande échelle, celle de l'écoulement, conduit aux modèles les plus simples, le plus souvent analytiques ou en tout cas réalisables avec une feuille de calcul d'un tableur (modèle de type Voellmy pour les avalanches coulantes ou Béghin pour les aérosols). Les principales variables sont la position du centre de gravité et sa vitesse. Le comportement mécanique est principalement décrit à travers la force de frottement exercée par le fond sur l'écoulement. L'échelle la plus fine actuellement, proche de la taille des grains mobilisés dans l'écoulement, amène à des problèmes numériques complexes nécessitant plusieurs heures ou jours de calculs. L'écoulement est calculé en chaque point de l'espace qu'il occupe, ce qui nécessite de connaître en ce point les vitesses et les contraintes qui s'exercent. Des modèles intermédiaires existent avec pour principal avantage une complexité moindre par rapport aux modèles numériques à petite échelle de résolution et une finesse accrue par rapport aux modèles globaux. Ces modèles sont en général obtenus par intégration des équations locales

du mouvement selon la hauteur, ce qui conduit à un jeu d'équations moyennées du mouvement (démarche similaire à ce qui est fait en hydraulique avec les équations de Saint Venant).



- Figure 10 : différentes échelles d'analyse. Pour l'analyse à l'échelle de l'écoulement, deux variables sont nécessaires pour décrire le mouvement : F désigne la force de frottement exercée par le sol sur l'avalanche animée d'une vitesse u . Quand on considère l'avalanche comme un écoulement hydraulique, il faut connaître la hauteur en fonction de la position et du temps. Enfin, dans une description dans le cadre de la mécanique des milieux continus, il faut spécifier le champ des contraintes et des vitesses (ou des déformations).

Pour les besoins de l'étude, nous prendrons des modèles relativement simples décrivant le mouvement de l'avalanche à l'échelle de l'écoulement. Plus précisément, nous emploierons un modèle popularisé par Voellmy dans les années 1950 et formalisé par les Suisses dans le cadre d'une directive fédérale (modèle VSG [10]). Ce modèle, quoique très grossier, permet de rendre compte dans les grandes lignes du comportement des avalanches coulantes. Il repose sur les hypothèses suivantes :

- une avalanche coulante est assimilable au mouvement d'un solide d'une masse donnée m supposée constante. Cela veut dire que les effets de dépôt ou de reprise de neige en cours d'écoulement sont négligés ;
- l'avalanche est soumise à la gravité et à une force de résistance de la forme :

$$F = \mu mg + \frac{g}{\xi R_H} v^2$$

où v est la vitesse du centre de gravité de l'avalanche, R_H est le rayon hydraulique², μ est un coefficient qui traduit en quelque sorte la viscosité de la neige (on admet en général qu'il varie avec la taille de l'avalanche), ξ est un coefficient qui traduit en quelque sorte le frottement exercé par le couloir sur l'avalanche (c'est donc un

² pour une avalanche de versant, R_H est égal à la hauteur de l'avalanche tandis que pour une avalanche confinée dans un couloir, R_H se calcule comme étant le rapport de la section d'écoulement sur la longueur du sol (dans une section en travers) en contact avec l'avalanche

paramètre qui varie avec la nature du relief, la couverture végétale, la sinuosité du cheminement de l'avalanche, etc.). En bref, μ renseigne sur la qualité de la neige en mouvement et ξ sur le site.

- Du fait de la conservation de la masse, le débit se conserve tout le long du mouvement. Le débit initial Q_0 peut se calculer une fois que toute la zone de départ est en mouvement en considérant qu'il est égal à la section d'écoulement (l'épaisseur moyenne du manteau d_0 \times la largeur de la cassure L_0) multipliée par une vitesse initiale. En n'importe quelle autre section, il est alors possible de calculer la hauteur d'écoulement. Ainsi pour une avalanche de versant de largeur L , la hauteur vaut : $h = Q_0 / (Lv)$.

Une description plus complète sur ce modèle est donnée en annexe.

Ainsi, à partir d'un profil en long, il est possible de calculer la vitesse et la hauteur de l'écoulement en différents points. On peut naturellement se demander si un tel modèle n'est pas trop frustré. Ne gagnerait-on pas à utiliser des modèles plus récents et plus sophistiqués ? Voici quelques éléments de réponse :

1. le modèle VSG est largement employé en ingénierie. Ses forces et ses faiblesses sont donc bien connues. Ce modèle est connu pour donner en général des ordres de grandeur réalistes ;
2. l'actuelle méthodologie (en cours de développement) gagne à utiliser d'abord les outils les plus simples possibles, quitte à améliorer au final certains maillons de la chaîne ;
3. il n'y a à l'heure actuelle guère d'outils capables de remplir les mêmes fonctions qu'un modèle simple de type VSG. Ainsi, parmi les modèles de type Saint Venant censés fournir une précision plus grande, on peut noter les problèmes suivants :
 - lourdeur en temps de calcul ;
 - méconnaissance de la rhéologie de la neige en écoulement ;
 - instabilité des modèles sur les fortes pentes (en principe, ils ne pourraient s'appliquer que sur des pentes douces) ;
 - méconnaissance de phénomènes divers tels que : rôle du front, mécanisme de formation, hydrogramme de départ, etc.

- modèle adapté à des phénomènes proches du régime permanent uniforme (approximation des grandes longueurs d'onde à la base du modèle de Saint Venant), or les avalanches sont souvent décrites comme des phénomènes fortement transitoires.

Ainsi pour l'heure, il semble peu réaliste d'utiliser ces modèles, qui sont toujours des prototypes de recherche, dans un cadre opérationnel. Une autre question concerne le caractère *ad hoc* de nombreuses hypothèses des modèles de type VSG. Ainsi, on a affirmé que les deux paramètres mécaniques du modèle μ et ξ renseignent respectivement sur la qualité de la neige en mouvement et sur la résistance à l'écoulement liée au site. Mais ne pourrait-on pas dire le contraire ? Ou tenir un discours tout autre ? De fait, dans un modèle aussi simple que le modèle de Voellmy, il y a *a priori* une grande liberté dans le choix des paramètres et dans leur interprétation, mais l'expérience acquise dans la manipulation du modèle depuis quelques décennies a permis de donner des valeurs guides éprouvées. Notons par ailleurs que la situation n'est pas si différente de la pratique en hydraulique, où les coefficients de frottement, tel que le coefficient de Manning Strickler avec une signification physique bien établie, sont souvent corrigés de manière totalement empirique pour tenir compte des spécificités d'un cours d'eau.

2.3.2 L'analyse statistique : quel mode opératoire ?

Le traitement de données intervient à au moins deux niveaux :

- Pour les données d'entrée, il faut fournir des paramètres tels que les volumes déclenchés et les paramètres mécaniques. Deux cas de figure se présentent : soit on dispose des données correspondantes, soit on n'en dispose pas. Dans le premier cas (rare), il est possible d'employer les méthodes statistiques usuelles pour fournir les lois de probabilité correspondantes. Dans le second cas (le plus fréquent), il faut faire des hypothèses sur la forme des lois de probabilités. Par exemple, à défaut de renseignement, on peut admettre que le volume de neige mobilisé suit une loi de Gumbel et à partir d'une analyse sur les précipitations dans la région, on peut se fixer des ordres de grandeur pour certaines des périodes de retour et ainsi caler la loi.

- Les données de sortie du modèle déterministe choisi sont des données simulées sur un échantillon de temps quelconque. Il est donc aisé d'en faire des statistiques. Les méthodes employées sont celles couramment usitées (cf. annexe).

2.3.3 L'analyse experte : pour quoi faire ?

L'analyse experte vise à fournir :

- un schéma de fonctionnement du système avalancheux. Par exemple, il est nécessaire de préciser dans un modèle les secteurs qui sont susceptibles de partir ;
- des valeurs à des paramètres du modèle. Ainsi certaines grandeurs sont conceptuelles (par exemple μ et ξ dans le modèle VSG) et il n'y a pas à proprement parler de mesures ou de données les concernant. D'autres grandeurs sont des grandeurs physiques (la hauteur de déclenchement par exemple) mais très souvent on n'a aucune donnée relative ou trop peu de données de bonne qualité pour en tirer des valeurs satisfaisantes.

Il est à noter que la méthode ne nécessite pas qu'il y ait systématiquement un expert dans la mise en œuvre mais que des règles expertes doivent être utilisées pour les deux points cités ci-dessus. Certaines de ces règles sont en fait déjà implicitement contenues dans le modèle VSG, à travers le choix de l'expression de la force ou la valeur des coefficients. D'autres doivent être formulées pour fournir des valeurs de coefficient ou permettre d'appréhender le mode de fonctionnement du site. Par exemple, une des opérations réalisées par un expert est le découpage d'un système avalancheux en unités particulières telles que zone d'accumulation (enveloppe des zones de départ) et zone d'écoulement. Ce découpage se fait assez rapidement à partir des observations de terrain, de photographies aériennes, et/ ou de données topographiques. Il peut également être automatisé si l'on dispose d'un profil en long ou d'un modèle numérique de terrain. La règle d'obtention peut être de la forme « la zone d'accumulation est délimitée comme l'enveloppe des points de pente supérieure à 28° dans la partie supérieure du site ». Naturellement d'autres règles doivent être ajoutées pour affiner la détermination.

2.3.4 Synthèse : énoncé de la méthodologie

La méthodologie comporte trois étapes, qui sont détaillées dans le tableau 2. Il s'agit d'un cadre général, sachant que la mise en œuvre peut différer selon la nature du site, le contexte de l'étude, les données et les outils à disposition. Pour l'instant, l'approche naturaliste est mise en œuvre principalement dans l'analyse spatiale du site (étape 1) et dans une moindre mesure dans les analyses fréquentielle et fonctionnelle (étapes 2 et 3). L'approche statistique est utilisée dans l'analyse fréquentielle (étape 2) et l'analyse fonctionnelle. Enfin, l'approche déterministe est employée uniquement dans la dernière étape, l'analyse fonctionnelle (cf. tableau 1).

Retenons que la méthode peut s'appliquer aussi bien avec un stylo, une feuille de calcul de type Excel, ou un programme informatisé automatisant un certain nombre de tâches et faisant les calculs numériques.

	Connaissance experte	Outils statistiques	Modélisation physique
Etape 1 : analyse spatiale	×		
Etape 2 : analyse fréquentielle des conditions nivo-météorologiques	×	×	
Etape 3 : analyse fonctionnelle	×	×	×

• Tableau 1 : emploi des différentes approches selon les étapes du raisonnement.

	données	outils	résultats
Etape n° 1 Analyse spatiale	<ul style="list-style-type: none"> - photographies aériennes en stéréoscopie, - profil de terrain, plan topographique - <i>cartes de localisation probable des avalanches</i> (CLPA) - archives communales et/ou de la station ; archives privées ; EPA - PIDA - observations de terrain - témoignages 	<ul style="list-style-type: none"> - actuellement : approche experte conduite par un homme de l'art - à terme : possibilité d'automatiser les procédures et règles expertes 	<ul style="list-style-type: none"> - systèmes de panneaux déclencheurs, appréhender le fonctionnement général (découpage en zones de départ/d'écoulement, nature des phénomènes), - apprécier les éléments singuliers dans les zones de départ (découpage en panneaux homogènes), d'écoulement (entonnement, barre rocheuse, etc.), et d'arrêt (déviation, place disponible, etc.) - qualifier le système : rugosité, etc. et quantifier les paramètres d'entrée du modèle de calcul (étape n° 3).
Etape n° 2 Analyse fréquentielle des conditions nivo-météorologiques	<ul style="list-style-type: none"> - archives, notamment dans le cas d'un suivi dans le cadre du réseau d'observateurs nivo-météorologistes ou d'une prévision locale du risque d'avalanche - données nivo-météorologiques Météo-France ou EDF de pluviomètres ou pluviographes - atlas de précipitations - observations de terrain (notamment pour l'effet du vent) 	<ul style="list-style-type: none"> - outils statistiques classiques utilisés en hydrologie 	<ul style="list-style-type: none"> - relations liant le cumul de neige en fonction de la durée et de la période de retour ; relations liant l'épaisseur du manteau neigeux en fonction de la période de retour - probabilité de déclenchement
Etape n° 3 Analyse fonctionnelle	<ul style="list-style-type: none"> - résultats des deux précédentes étapes - profil en long ou modèle numérique de terrain 	<ul style="list-style-type: none"> - modèle de calcul de type VSG - simulation de Monte Carlo - analyse fréquentielle sur les chroniques d'avalanches simulées 	<ul style="list-style-type: none"> - carte intensité/ fréquence pour différentes périodes de retour

• Tableau 2 : récapitulatif des étapes et tâches réalisées dans la méthode.

3 Analyse spatiale d'un site

L'analyse spatiale d'un site vise à fournir des éléments de compréhension du fonctionnement avalancheux d'un site. Il s'agit principalement d'indiquer dans les grandes lignes comment fonctionne le site étudié, quelles sont les zones concernées, et quels phénomènes sont attendus.

3.1 Origine et nature des sources d'information

Outre les observations de terrain, il existe plusieurs sources d'informations qu'il peut être utile de consulter lors de l'analyse spatiale :

1. Données de site :

- Les photographies aériennes sont en général disponibles sur l'ensemble des Alpes et des Pyrénées à partir de la couverture aérienne réalisée par l'IGN. Les différentes missions sont consultables et peuvent être commandées directement à partir du site Web de l'IGN. Dans un certain nombre de cas (domaines skiables, etc.) et pour certains départements, des clichés réalisés par des sociétés spécialisées peuvent être obtenus.
- Au minimum, on dispose du fond topographique de l'IGN à l'échelle du 1 : 25 000 (cartes TOP 25) avec en général une équidistance des courbes de niveau de 10 m. Il est également possible de commander le fichier numérique correspondant au secteur étudié, toujours à l'échelle du 1 : 25 000. Dans certains cas, notamment pour les domaines skiables, on dispose de plans topographiques plus précis, à l'échelle du 1 : 5 000 ou du 1 : 10 000. Selon l'enjeu à étudier, notamment pour une étude fine dans une topographie complexe, il peut être nécessaire de commander une photo-restitution spécifique à la zone étudiée.
- La *Carte de localisation probable des avalanches* (CLPA) couvre une bonne partie des Alpes et des Pyrénées en 82 feuilles. La carte contient à la fois une analyse par photo-interprétation et les résultats d'une enquête de terrain. Notons toutefois qu'actuellement toutes les zones de montagne ne sont pas couvertes (Chamrousse par exemple) et que l'enquête de terrain date parfois de plus de 20 ans, ce qui fait que les renseignements reportés sont très hétérogènes.

- Les *plans d'intervention au déclenchement des avalanches* (PIDA) sont des documents établis par les stations de ski et certaines collectivités ou administrations (DDE, commune, etc.) qui font des déclenchements préventifs à l'aide d'explosifs. En général, une carte est jointe avec mention des emprises d'avalanches.

2. Base de données événementielles

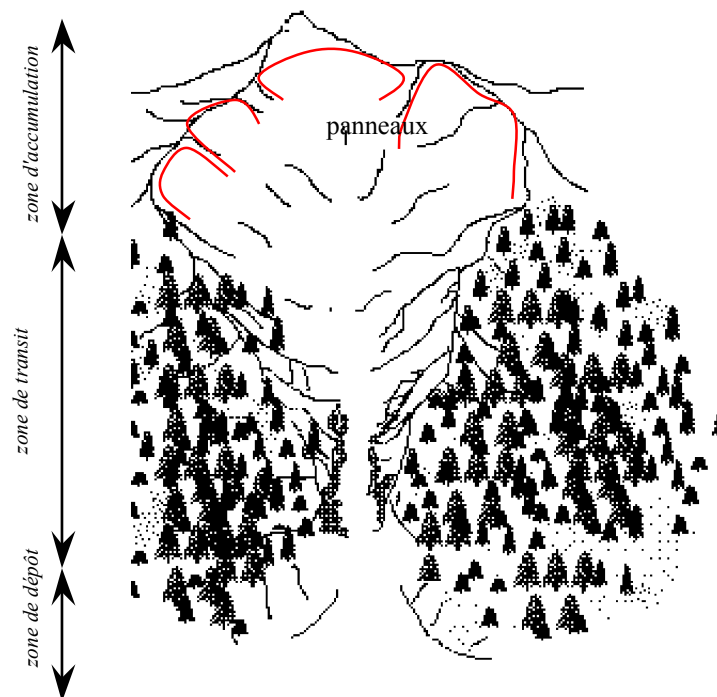
- L'*Enquête permanente sur les avalanches* (EPA) recense un certain nombre de couloirs dans les Alpes et les Pyrénées (cf. annexe). Le principe de base est que seuls des couloirs d'observation facile peuvent faire partie de l'EPA. Le suivi est assuré par les agents de l'ONF (recueil des informations dans les *carnets forestiers*), puis les données sont centralisées dans un fichier numérique géré par le Cemagref. Jusqu'à la mise en place du fichier numérique, les informations relatives à chaque couloir étaient uniquement recueillies dans les « carnets forestiers ». Ceux-ci offrent des renseignements intéressants (nature des dégâts, volume des dépôts) qui n'ont pas été repris dans le fichier numérique. L'information de l'EPA est sujette à caution : forte imprécision des cotes relevées, erreurs de transcription, événements non reportés, etc.
- Les *archives* : on retrouve parfois dans les archives de services de l'état (DDE, RTM), des communes, ou des départements des données relatives aux avalanches, notamment lorsque celles-ci ont causé des dommages. Pour les domaines skiables, de plus en plus de systèmes de gestion de données (OASIS, NXLOG, etc.) sont mis en place dans le cadre de la prévision locale du risque d'avalanches. Ces systèmes peuvent enregistrer un certain nombre d'informations (type d'avalanche, épaisseur de la cassure, etc.) qui peuvent être exploitées lors de l'analyse spatiale.

3.2 Principe de l'analyse

L'objectif général de l'analyse spatiale est d'arriver à une description des principales zones concernées par une activité avalancheuse sur un site et de comprendre comment ces zones fonctionnent pour produire des phénomènes d'ampleur. On introduit la notion d'*avalanche majeure* pour désigner une avalanche qui concerne l'ensemble des zones d'un site. C'est le premier pas vers une distinction entre des phénomènes d'ampleur (avalanches majeures) et des phénomènes dont l'emprise est circonscrite à l'intérieur d'une zone et donc *a priori* d'ampleur plus limitée. On décompose un site en unités indépendantes que l'on nomme ici *zones* :

- *la zone d'accumulation* : c'est dans cette zone que l'avalanche (majeure) mobilise l'essentiel de sa masse de neige. Elle est le pendant de la notion de bassin de réception dans l'étude hydrologique de la formation des écoulements d'un bassin-versant. Généralement, elle est constituée d'un cirque, d'un bassin ou d'un large versant. On découpe ensuite la zone d'accumulation en panneaux : ce sont des unités élémentaires, qui constituent des zones de départ privilégiées des avalanches. La séparation en panneaux indépendants répond le plus souvent à des critères de pente, d'orientation, et surtout de relief. En effet ce sont des détails de la topographie locale tels qu'une croupe même peu marquée ou un alignement de rochers qui délimitent les frontières entre panneaux ;
- *la zone de transit* : c'est le lieu par lequel s'écoulent toutes les avalanches majeures du site. Généralement, cette zone est déterminée par le relief du site : la zone de transit peut être formée par un chenal, un couloir ou un versant. Sa géométrie est parfois plus complexe : existence de ressauts, de barres rocheuses, de goulets d'étranglement, etc. Dans le cas où tout le site se présente sous la forme d'un versant, la délimitation de la zone de transit est délicate. Dans ce cas, ce sont des critères de pente qui servent à délimiter la frontière entre zones. Ainsi, on considère que la transition se fait pour des pentes voisines de 28 à 30° (50 à 60 %). Selon les conditions topographiques, des avalanches peuvent également partir de la zone d'écoulement. De plus on considère qu'en général, la masse de l'avalanche ne varie que peu durant son transit dans la zone d'écoulement, c'est-à-dire que *grosso modo* l'avalanche ni ne dépose ni n'incorpore de neige. Toutefois, pour certaines circonstances et certains types de couloir, le bilan de masse peut être largement positif

- (neige froide récente dans une zone d'écoulement à forte pente par exemple) ou bien négatif (par exemple neige dans un couloir avec des diminutions de pente marquées) ;
- *la zone de dépôt* : c'est le lieu sur lequel s'arrêtent toutes les avalanches majeures du site en y déposant la neige transportée. Généralement, ce sont des critères de pente qui fixent la frontière entre la zone de transit et la zone de dépôt : on considère qu'au-dessous de 17° (30 %) de pente, la plupart des avalanches majeures commencent à décélérer. La notion de dépôt est évidente dans le cas des avalanches coulantes mais devient floue dans le cas des aérosols où le dépôt correspond à une "sédimentation" du nuage de neige, s'étend sur des distances nettement plus importantes et ne correspond pas nécessairement à la limite des dégâts occasionnés (effet de souffle). Dans ce cas-là, on peut considérer que la limite de la zone de dépôt est déterminée par une isobare (1 kPa par exemple).



• Figure 11 : schéma de principe du découpage d'un site en trois zones.

Nous indiquons ci-après la manière dont les différentes sources de données peuvent être utilisées. Nous insisterons principalement sur les caractéristiques d'un site vierge. Si le site est en partie couvert par des ouvrages de protection (torrentielle ou paravalanche), il faut également faire un recensement exhaustif des ouvrages et une estimation de leur action présumée. Des exemples d'application de l'analyse spatiale sont donnés en annexes.

3.2.1 Exploitation des données de site

Des photographies aériennes sont utiles pour délimiter les différents panneaux de la zone d'accumulation et mettre en évidence certaines articulations entre eux. Les photographies aériennes peuvent également servir à :

- mettre en évidence des traces d'avalanches dans la végétation (ou parfois les éboulis),
- localiser des changements de pentes,
- apprécier la rugosité du sol,
- faire un premier découpage en zones et repérer certaines singularités (ressaut, barre rocheuse, changement de direction).

Le plan topographique et le profil en long servent pour déterminer des pentes et des géométries d'écoulement ; ils permettent également d'appréhender le fonctionnement des différentes zones. Le plan topographique permet d'affiner le découpage en trois zones en considérant des critères comme : forme du relief, pente, etc. D'autres renseignements sont également importants :

- degré de confinement de l'avalanche : une avalanche peut s'écouler sur un versant ou bien dans un goulet. L'évaluation de la forme des sections en travers permet de quantifier le confinement. Ce dernier jouera sur la capacité d'étalement de l'avalanche, son inertie, la dissipation d'énergie par frottement, etc.
- la sinuosité du cheminement : une avalanche peut s'écouler selon un axe constant ou bien subir plusieurs changements de direction induits par le relief. Ces changements de direction influent sur la dissipation d'énergie et la trajectoire de l'avalanche. Notamment pour une avalanche arrivant orthogonalement à l'axe d'une vallée encaissée, le flux de neige peut remonter le versant opposé s'il est assez rapide ou bien au contraire suivre le talweg s'il est plutôt lent ;
- la possibilité pour l'écoulement d'avoir des trajectoires différentes. Ce cas se produit quand la même zone d'accumulation alimente différents couloirs ou bien lorsque le couloir usuel suivi par les avalanches peut s'obstruer (par exemple à la suite du dépôt de plusieurs avalanches antérieures). Dans certains cas également, le cheminement d'une avalanche dépend de sa vitesse. En effet plus une avalanche est rapide, plus sa dynamique est gouvernée par l'inertie. Des trajectoires très différentes peuvent être obtenues par exemple dans le cas d'un site produisant à la fois des aérosols et des avalanches coulantes : les aérosols ont tendance à aller droit et peuvent remonter des

pentés alors que les avalanches coulantes sont astreintes à suivre le relief (cf. exemple du Saugy dans les annexes).

Le profil en long sur un cheminement typique pressenti pour les avalanches permet de caractériser un peu mieux les zones :

- pente moyenne. La pente moyenne d'une zone d'accumulation est supérieure à 28° , celle d'une zone d'écoulement est comprise entre 30° (ou plus localement) et 17° environ, celle d'une zone de dépôt peut être considérée comme inférieure à 17° ;
- existence ou non de changements de pente (augmentation/ atténuation de pente). Les changements de pente influencent l'écoulement soit en lui donnant une nouvelle impulsion, soit au contraire en contribuant à l'essouffler. Ces changements de pente jouent également sur le bilan de masse : les adoucissements de pente sont généralement associés à des dépôts tandis que les ressauts sont en général des zones de réactivation, où à la fois l'avalanche accélère et s'alimente en neige ;
- convexité : les changements de convexité (outre les problèmes de pente indiqués plus haut) ou au contraire une convexité (resp. concavité) constante dans la zone d'écoulement influent sur la capacité de l'écoulement à accélérer durablement. Une pente convexe favorise l'aération de l'écoulement et ce d'autant que le rayon de courbure est petit (cassure de pente). Cela peut être une condition suffisante de transformation d'un écoulement dense (avalanche coulante) en un écoulement aérien (avalanche en aérosol). En termes de dynamique de l'écoulement, les adoucissements de pente jouent souvent le rôle d'écrêteur ou de seuil : seules les avalanches d'ampleur suffisante peuvent franchir le palier constitué par l'adoucissement de pente ;
- transition entre zones. Assez souvent, les pentes moyennes des différentes zones sont notablement différentes. Certains points doivent attirer l'attention :
 - pentes moyennes peu différentes d'une zone à l'autre. C'est le cas typique d'un versant régulier et long. L'uniformité du versant rend très délicat le découpage en zones. En termes de dynamique des écoulements, cela implique que les avalanches de petite taille s'arrêtent très rapidement tandis que les avalanches d'ampleur suffisante sont capables de franchir de grandes distances. Comme pour les diminutions de pente, cela implique qu'il n'y a aucune continuité des caractéristiques entre petits et gros phénomènes ;

- pentes moyennes très différentes d'une zone à l'autre. Par exemple, certaines avalanches empruntent des lits torrentiels. La zone de dépôt s'étend en général sur le cône de déjection du torrent. Selon le transport solide sur le bassin-versant, le cône est inexistant, raide (cône), ou de pente moyenne (cône à l'équilibre). Le changement de pente entre la zone d'écoulement et la zone de dépôt influe directement sur la dissipation d'énergie et l'étalement de l'avalanche.

Document cartographique dédié aux avalanches, la CLPA contient trois types d'informations :

- les renseignements rapportés par photo-interprétation permettent de se faire une première idée des zones du site. Le découpage en panneaux y est en revanche absent. La délimitation des emprises peut être juste comme erronée. Cela est particulièrement vrai pour de petits sites, où la précision du report ne permet pas d'obtenir des renseignements de qualité suffisante ;
- les limites maximales d'emprise d'après l'enquête de terrain. La difficulté majeure rencontrée avec les cartes actuelles est que l'enveloppe reportée comme emprise maximale historiquement connue (et suffisamment documentée pour figurer dans la CLPA) est une collection d'emprise d'événements sans que chacune de ces emprises soit tracée ;
- si elle est suffisamment récente, la CLPA comporte un recensement des ouvrages de protection paravalanche : ouvrages de soutien, digue, tourne, Catex, etc.

3.2.2 Exploitation des bases de données événementielles

Les archives (fichiers rattachés de type OASIS, EPA, etc.) peuvent être exploités pour renseigner sur l'activité de certains secteurs ou mieux appréhender le mode de fonctionnement de certaines zones. Par exemple, si la zone d'accumulation est très vaste, il est alors fréquent qu'elle s'organise en différents panneaux de tailles diverses. La question se pose alors de savoir si ces panneaux peuvent un jour partir simultanément, si au contraire cela est peu probable, etc. Dans ce cas, l'analyse des témoignages ou bien de certains renseignements permet d'aider à trancher cette question. Par exemple, si on dispose d'une estimation des volumes de neige déposée, on peut se faire une idée de l'étendue des zones de départ (cf. exemple dans les annexes).

3.3 Vers une automatisation des procédures

Le découpage en zones se fait selon un certain nombre de critères qu'il est possible de spécifier. De même, le découpage de la zone d'accumulation répond à des critères précis. Un expert suit un ensemble de règles (qui peuvent naturellement varier d'une personne à l'autre) et recoupe les résultats pour aboutir à une vision cohérente du fonctionnement global du site. On peut se dire que si l'on est capable de :

- formaliser les règles de construction des zones du site et de caractérisation du fonctionnement d'ensemble,
- développer des méthodes d'agrégation des résultats pour recouper les différentes analyses,

alors on devrait être capable de disposer d'un système automatisé d'analyse spatiale du site. Ce travail a été entrepris il y a quelques années par Laurent Buisson et Claude Charlier pour mettre au point³ un système *d'Elaboration des limites de site avalancheux* (ELSA) [16, 17].

Avec les moyens informatiques actuels, l'identification des zones d'un site avalancheux est devenue plus facile. Dans un précédent projet pour la DPPR, Frédéric Berger signalait l'intérêt des systèmes d'information géographiques (SIG) pour identifier un certain nombre de secteurs à risque [18, 19]. Ceux-ci étaient définis à l'aide de critères simples tels que : absence de végétation, pente forte, etc.

Nous avons commencé à développer un noyau très simple de règles. L'idée est de travailler à partir d'un modèle numérique de terrain (MNT). L'opérateur désigne un point susceptible d'être un point de départ typique des avalanches et lui attribue une largeur typique d'écoulement. A partir de là, le code de calcul calcule deux profils : un profil d'écoulement lent et un profil d'écoulement rapide (aérosol, avalanche coulante très rapide). Il découpe ensuite le profil en tronçons de taille donnée. En différents nœuds du profil, il calcule : la pente moyenne des tronçons amont et aval, le profil de la section en travers, etc. Par application de règles simples telles que :

- une zone d'accumulation est un ensemble continu de tronçons de pente moyenne supérieure à 28° dans la partie supérieure du site,
- une zone de dépôt est un ensemble continu de tronçons de pente moyenne inférieure à 17° dans la partie inférieure du site,

³ Le projet a été arrêté au départ de Laurent Buisson.

- un écoulement est localement canalisé si la différence de dénivelé entre le point bas du profil en travers et le point haut (correspond à une demie largeur d'écoulement) est supérieure à 10 m,
- il y a un effet de seuil possible si la pente moyenne d'un tronçon de la zone d'écoulement est inférieure à 17° ,
- il y a un ressaut si la pente augmente brutalement d'un bief à un autre et que la pente dépasse localement 30° ,

il est possible d'arriver à une identification des zones assez proche de ce qu'on obtient par la méthode experte classique (voir exemple en annexes).

4 Analyse fréquentielle des conditions nivo-météorologiques

Deux points importants dans le raisonnement sont abordés dans ce chapitre :

- Premièrement, on s'intéresse à caractériser la relation entre intensité et fréquence d'une variable nivo-météorologique. Ici on considérera principalement la quantité de neige tombée pendant une certaine durée, mais d'autres variables, comme l'épaisseur du manteau neigeux, peuvent être étudiées de la même manière. La détermination de cette relation fréquentielle se fait à l'aide d'outils statistiques classiques, qui sont passés en revue. Des exemples sont donnés sur différents postes des Alpes françaises ;
- Deuxièmement, on s'intéresse à l'estimation de l'épaisseur moyenne typique de la couche de neige déclenchée dans la zone de départ. Cette variable est importante à la fois pour évaluer le volume de neige mobilisé et comme paramètre d'entrée des modèles déterministes utilisés ici. Ce passage d'une quantité de neige fraîche et d'une épaisseur se fait pour l'heure le plus souvent par des méthodes empiriques.

4.1 Origine et nature des données (en France)

4.1.1 Sources de données

En France, il existe plusieurs systèmes d'acquisition de données nivo-météorologiques, que l'on peut classer en quatre catégories :

- *Réseau des postes climatologiques* : quelques postes (pluviomètres ou pluviographes) sont situés en montagne et en général gérés directement par les centres départementaux de Météo-France. Ils sont assez peu nombreux mais présentent l'avantage de fournir (en général) des données en continu sur toute l'année. Ils fournissent les données météorologiques classiques : cumul de neige journalier, hauteur de neige au sol, valeur en eau, température de l'air (minimale, maximale, à 8 h, à 13 h), nébulosité, force et direction du vent, humidité de l'air. Certains de ces postes fonctionnent depuis presque 40 ans. C'est le cas par exemple du poste

de Chamonix (Haute-Savoie) et de celui du Col de Porte (Isère), tous deux mis en fonction dès l'hiver 1960/61.

- *Réseau de données de nivo-observateurs* : ce sont des postes gérés le plus souvent par les stations de ski (80 % des domaines skiables disposent d'un poste). Ils ne fonctionnent donc que durant la période d'ouverture des domaines skiables, c'est-à-dire en général de la mi-décembre à la fin avril. Les plus vieux postes datent du début des années 1970 après la catastrophe de Val-d'Isère. On en compte aujourd'hui 150 répartis dans les différents massifs montagneux français (hormis le Massif Central). La plupart des grandes stations dans les Alpes françaises (La Plagne, les Menuires, etc.) disposent donc de mesures nivo-météorologiques depuis presque 30 ans. Les postes de nivo-observateur fournissent les mêmes données que les postes climatologiques. D'autres mesures, en moyenne hebdomadaires, sont en outre réalisées : profil de battage (résistance à l'enfoncement), profil stratigraphique (type de neige, température, masse volumique, teneur en eau liquide, dureté de la couche). A signaler que les personnes assurant les observations météorologiques reçoivent une formation spécifique (assurée par le Centre d'Etude de la Neige de Météo-France) et que ce sont en général des pisteurs de la station. En principe, chaque poste dispose du logiciel GELINIV développé par Météo-France (module de saisie, contrôle, archivage, climatologie, et visualisation).

<i>Département</i>	<i>Nombre de Postes</i>	<i>Altitude du poste le plus bas</i>	<i>Altitude du poste le plus haut</i>
<i>Haute-Savoie</i>	16	1050	2350
<i>Savoie</i>	32	1165	3000
<i>Isère</i>	26	730	2750
<i>Hautes-Alpes</i>	26	1281	2500
<i>Alpes de Haute Provence</i>	6	1600	2180
<i>Alpes Maritimes</i>	5	1550	1910
<i>Corse</i>	3	1415	1675
<i>Pyrénées Orientales</i>	7	1700	2400
<i>Ariège</i>	8	1280	1789
<i>Haute Garonne</i>	6	1115	2250
<i>Hautes Pyrénées</i>	15	1450	2340
<i>Pyrénées Atlantiques</i>	6	1327	2000
<i>Andorre</i>	8	1898	2400

• Tableau 3 : nombre de postes de nivo-observation dans chaque département français concerné (fin 1999).

- *Réseau de 13 balises automatiques (Nivôse)* de Météo-France : en haute altitude ou dans des endroits d'accès peu commode, des balises automatiques de type Nivôse ont été placées. Les

plus vieilles ont été mises en place au début des années 1980. Elles transmettent les informations par ondes radio : hauteur de neige, force du vent, température, humidité.

- *Résultats de simulations numériques (SAFRAN)* : pour aider à la prévision météorologique, les ingénieurs de Météo-France disposent d'un outil appelé SAFRAN. Celui-ci permet pour un massif donné d'estimer des grandeurs météorologiques typiques (cumul de neige, épaisseur du manteau neigeux, etc.) par tranche d'altitude et selon différentes orientations. Les estimations sont réalisées à partir des données fournies par les sorties des modèles numériques de prévision météorologique (à grande échelle) et des mesures des stations nivométéorologiques. Ce logiciel est à l'heure actuelle capable de fournir des données depuis 1981, mais à terme, il devrait être capable de remonter jusqu'au début des années 60, permettant une reconstitution de chutes de neige en plusieurs points du territoire national.

4.1.2 Principe des mesures

Nous n'indiquerons ici que le principe des mesures manuelles (postes climatologiques et de nivo-observateurs) sur les grandeurs que nous allons exploiter par la suite :

- *Mesure de précipitations* : elle se fait à l'aide d'un pluviomètre de section 400 cm², en principe disposé à une hauteur d'1,5 m de la surface moyenne du manteau neigeux. Si les précipitations ont eu lieu sous forme liquide, l'opérateur verse le contenu du pluviomètre dans une éprouvette graduée. La mesure est réalisée jusqu'au dixième de mm en précision. Si les précipitations ont eu lieu en partie ou totalement sous forme solide, il faut au préalable faire fondre la neige recueillie ou bien la peser. L'équivalent en eau d'une chute de neige se mesure en mm. Le cumul de neige fraîche s'exprime en cm et il se mesure à l'aide d'une planche à neige : il s'agit de mesurer la quantité de neige accumulée sur une plaque carrée en plastique d'environ 50 cm de côté depuis le dernier relevé. La plaque est reliée à une perche pour en faciliter son extraction quand elle est recouverte de neige. Le cumul de neige est directement calculé comme étant l'épaisseur de neige sur la planche. Il est mesuré en cm.
- *Mesure de hauteur de neige* : elle se fait à l'aide d'une perche à neige implantée tout l'hiver dans un endroit soumis le moins possible aux effets extérieurs (arbres, passages de skieurs, etc.). La mesure se fait en cm de neige.
- *Mesure de la température (de l'air)* : elle se fait sous abri. Elle est mesurée en °C à l'aide d'un thermomètre ordinaire. Températures minimale, maximale, et à un instant donné (8 ou

13 h en général) peuvent être ainsi mesurées. Les températures moyennes peuvent être calculées si la station dispose d'un thermographe.

4.1.3 Incertitudes, erreurs, lacunes dans les mesures

Les sources d'erreur les plus classiques sont :

- débordement du pluviomètre lors d'importantes chutes de neige ;
- effet du vent ;
- erreur de parallaxe dans la lecture de l'éprouvette graduée ;
- modification de la surface du manteau près de la perche à neige.

Le dépouillement et l'exploitation statistique de ces données butent sur certaines difficultés :

- les procédures de collecte de l'information ont changé depuis les années 1970. Ainsi, en ce qui concerne les cumuls de neige, les procédures suivantes ont été employées :
 - un seul relevé journalier de cumul de neige jusqu'en décembre 1981 ;
 - de décembre 1981 à décembre 1994, le cumul de neige fraîche était relevé à 8 h et à 13 h. Les données envoyées à Météo-France et archivées font état des deux relevés. Le cumul journalier (de 13 à 13 h ou de 8 à 8 h) se fait en additionnant deux relevés consécutifs. Attention, compte tenu du tassement, la somme des relevés biquotidiens ne correspond pas tout à fait au relevé journalier ;
 - à partir de décembre 1994, si le relevé est toujours biquotidien, l'archivage concerne le relevé à 13 h et le cumul journalier (de 8 h à 8 h).
- En général les postes de nivo-observateur sont liés au fonctionnement de stations de ski, c'est-à-dire entre la mi-décembre et le mois d'avril. Toutes les chutes de neige ne sont donc pas enregistrées. C'est le cas par exemple des fortes chutes de neige de novembre 1996, qui ont pourtant constitué le gros du stock de neige de la saison 1996/97 pour les Alpes du Nord ;
- certains jours, des mesures sont manquantes soit à cause de la défaillance de l'appareil de mesure, soit à cause des difficultés à faire de la mesure lors de très gros épisodes nivo-météorologiques. La chronique est donc lacunaire. De plus, dans certaines circonstances, les mesures peuvent être sujettes à caution. C'est par exemple le cas des mesures des équivalents en eau : lors de très grosses chutes de neige, le réceptacle peut être rempli de neige fraîche bien avant que le relevé soit effectué. La mesure de la valeur en eau est alors biaisée. Dans certains cas également, compte tenu du travail à réaliser dans la station, la personne en charge du relevé n'a pas le temps de faire ses relevés. Ainsi, alors que ce sont justement les

forts cumuls qui nous intéressent, les chroniques ont souvent des lacunes sur ces valeurs-là (aucune mesure ou mesure partielle).

4.2 Traitement statistique : les principes

Les techniques de dépouillement et d'exploitation statistique sont identiques à celles utilisées en hydrologie classique lorsqu'on s'intéresse à des chroniques de débit ou de précipitations de pluie. Nous rappelons en annexe les principes (méthodes) et les hypothèses principales correspondantes.

4.3 Mise en œuvre du dépouillement

Nous avons opéré de la manière suivante pour dépouiller les données :

1. *Mise en forme des données.* Les données fournies par Météo-France sont en général disponibles sous une forme alphanumérique, comprenant des séries de codes dans un ordre donné. Le tableau 3 en fournit un exemple typique. La première opération consiste à mettre les données sous forme de tableau avec uniquement les variables qui nous intéressent (par exemple les cumuls de neige) en correspondance avec la date et l'heure de la mesure. Deux problèmes peuvent intervenir à ce niveau quand on veut automatiser la mise en forme :
 - certaines données ne sont pas renseignées soit parce que le protocole de mesure ne prévoyait pas la mesure à ce moment là, soit parce que qu'il a été impossible de procéder à la mesure, soit encore parce que la mesure a été jugée fantaisiste. Cela apparaît dans les tableaux sous la forme de blanc ou de symboles spécifiques (par exemple : /). Pour l'automatisation, nous avons systématiquement rempli de zéros les cases non renseignées ;
 - le protocole a changé ou le responsable de la mesure n'a pas respecté le protocole. Cela est par exemple le cas en ce qui concerne le cumul de neige, qui a pu être mesuré une seule fois par jour (à 8 ou à 13 h) ou bien deux fois par jour (à 8 h et 13 h). Comme c'est en général le cumul journalier qui nous intéresse, nous avons additionné les cumuls biquotidiens (de 8 h à 8 h en général) pour obtenir un cumul journalier lorsque deux mesures existaient pour une même journée. Dans le cas contraire, nous avons retenu la valeur indiquée.

AAAAMMJJHH	NOM	ALTI	HTN	TA	SS5H	SS19H	N	DD	NH	CL	CM	CH	FF	WW	W1	W2
1983121208	Chamonix	1050	23	-10.0	3	3	0	2	0	3	2	.0	0	7	4	0
1983121213	Chamonix	1050	20	-2.0	0	8	0	0	0	0	7	.0	0	0	0	1
1983121308	Chamonix	1050	20	-2.5	1	6	31	6	0	2	0	1.0	07	/	0	0
1983121313	Chamonix	1050	20	-3.5	0	0	36	0	0	0	0	1.0	0	0	0	0

• Tableau 4 : exemple de données fournies par Météo-France (poste climatologique de Chamonix)

Dates	htn	s08	s13
13121999_08	0082		
13121999_13	0082		001
14121999_08	0095		
14121999_13	0099		004
15121999_08	0100		
15121999_13	0098		000
16121999_08	0100		
16121999_13	0100		000
17121999_08	0098		

• Tableau 5 : exemple de tableau où les données non utilisées ont été supprimées.

2. *Critique des données.* Une fois mises en forme, les données sont examinées de manière critique afin de déceler d'éventuels problèmes et écarter des données litigieuses. Plusieurs types d'erreur sont ainsi détectables :

- données fantaisistes : des cumuls journaliers trop importants par leur valeur, en comparaison de la variation relative d'épaisseur du manteau neigeux, ou de la valeur en eau peuvent être facilement détectés. Une telle procédure peut par ailleurs être automatisée en recherchant systématiquement les cumuls dont la masse volumique ne serait pas physiquement plausible ou bien sans rapport avec la variation relative d'épaisseur du manteau neigeux ;
- données oubliées : dans plusieurs cas, les données sont issues de la combinaison de plusieurs sources. L'oubli ou le décalage de certaines valeurs peut induire des erreurs importantes. La confrontation avec d'autres données provenant de postes nivométéorologiques voisins peut amener à mettre en évidence de telles erreurs. De même l'analyse sommaire des tendances peut montrer l'existence de problèmes. Par exemple, si les cumuls journaliers sur la dernière décennie sont bien inférieurs à ceux de la décennie précédente, cela peut être simplement dû à une erreur dans le calcul du cumul journalier (données de 8 h ou 13 h absentes par exemple) ;

- données incomplètes : dans certains cas, des données sont manquantes. C'est par exemple le cas parfois lors de gros épisodes météorologiques, où l'opérateur n'a pas pu effectuer la mesure ou bien la mesure semble douteuse. Dans ce cas, on peut parfois reconstituer la mesure. Par exemple, la variation relative de l'épaisseur du manteau peut donner un ordre de grandeur du cumul de neige tombé (au tassement et effet du vent près).
3. *Traitement des données.* Une fois les deux opérations précédentes effectuées, nous entrons dans le traitement des données à proprement parler. Celui-ci a été réalisé à l'aide d'un programme HydroLog spécifiquement écrit avec Mathematica 4.0. Les données traitées se présentent sous forme de matrices. Selon la méthode utilisée, il est alors facile de rechercher les maxima annuels ou mensuels, sur un jour ou plusieurs jours. Les données résultantes sont ensuite stockées.

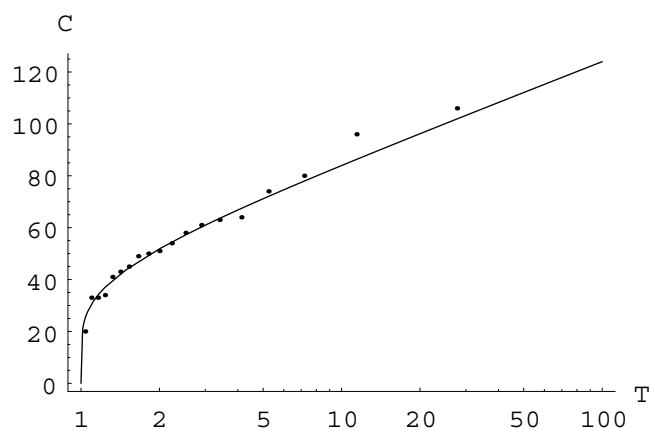
1981	12	19	30
1981	12	20	1
1981	12	21	3
1981	12	22	4
1981	12	23	7
1981	12	24	18
1981	12	25	40
1981	12	26	3
1981	12	27	0
1981	12	28	0
1981	12	29	8
1981	12	30	13

• Tableau 6 : tableau traité par HydroLog, donnant successivement à chaque ligne l'année, le mois, le jour, et la valeur du cumul (en cm).

4. *Calcul des fonctions de répartition.* A partir des données stockées, il est très simple de calculer les coefficients intervenant dans la loi de probabilité choisie. Par exemple, considérons les cumuls journaliers maxima annuels sur les Arcs (en cm), nous obtenons après la phase 3 le vecteur suivant : {63, 58, 43, 45, 74, 41, 49, 64, 96, 106, 34, 54, 33, 20, 80, 50, 33, 61, 51}. La valeur moyenne est $\bar{C} = 1055/19 \approx 55,5$ cm ; l'écart type est : $\sigma_C = \sqrt{81745/171} \approx 21,9$ cm. On en déduit par la méthode des moments les deux paramètres de la loi de Gumbel : $G \approx 17,0$ cm et $C_0 \approx 45,6$ cm. On en déduit la loi de Gumbel calée par la méthode des moments sur la série de données :

$$C = 45,6 - 17,0 \ln \left(-\ln \left(1 - \frac{1}{T} \right) \right) \quad (35)$$

A titre d'exemple, nous reportons sur la figure suivante la variation du cumul journalier en fonction de la période de retour. Les points représentent les données (avec la période de retour calculée selon la définition : $T = i/(n+1)$, i est le rang de la donnée et n le nombre d'années – cf. annexes). La courbe en continu représente la distribution de Gumbel donnée par l'équation 35. Le test statistique du χ^2 a été appliqué et donne un taux de vraisemblance de 44,7 %.



• Figure 12 : la variation du cumul journalier en fonction de la période de retour pour la station des Arcs.

4.4 Examen de quelques hypothèses à la base du calcul statistique

Lors de l'étude exploratoire, un certain nombre de données de différents postes nivométéorologiques ont été dépouillées. Dans un premier temps, nous avons cherché à savoir si les hypothèses à la base du calcul statistique étaient ou non plausibles dans le contexte des chutes de neige. Nous donnons ici quelques-uns des résultats typiques relevés au cours de cette analyse.

4.4.1 Données utilisées

Les données utilisées sont recensées dans le tableau 7.

Nom	Altitude	Massif	Type	Année de création
Allos	1905	Verdon	Poste de niv-observateur	1968
Alpe d'Huez	2000	Grandes Rousses (Isère)	Poste de niv-observateur	1981
Bellecôte	3000	Tarentaise (Savoie)	Balise Nivôse	1981
Chamonix	1050	Vallée du Mont-Blanc (Haute-Savoie)	Poste climatologique	1960
Flaine		Faucigny	Poste de niv-observateur	1974
Isola	2000	Mercantour	Poste de niv-observateur	1974
La Plagne	1970	Tarentaise (Savoie)	Poste de niv-observateur	1971
Les Arcs	2040	Tarentaise (Savoie)	Poste de niv-observateur	1981
SAFRAN	De 1800 à 3000 par tranche de 300 m	Vanoise	logiciel	Reconstitution jusqu'en 1981

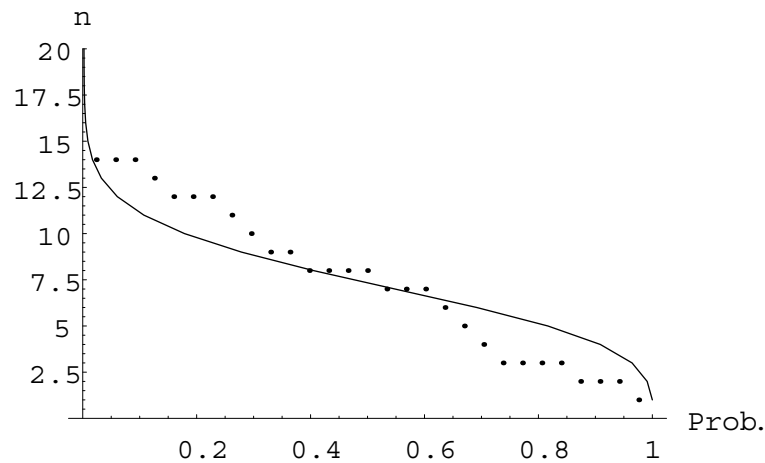
• Tableau 7 : liste des stations traitées

4.4.2 Examen de quelques hypothèses à la base du calcul statistique

4.4.2.1 Distribution du nombre de chutes par an

Nous avons cherché à caractériser la probabilité d'avoir n chutes de neige dépassant un certain seuil durant une année. En hydrologie classique, on trouve que la distribution vérifie en général assez bien une loi de Poisson. Pour les chutes de neige journalières, avec un seuil fixé aux alentours de 20 cm (30 cm pour les postes de haute montagne), on trouve que la distribution est en effet peu éloignée d'une loi de Poisson comme l'illustre la figure 13. On trouve en général

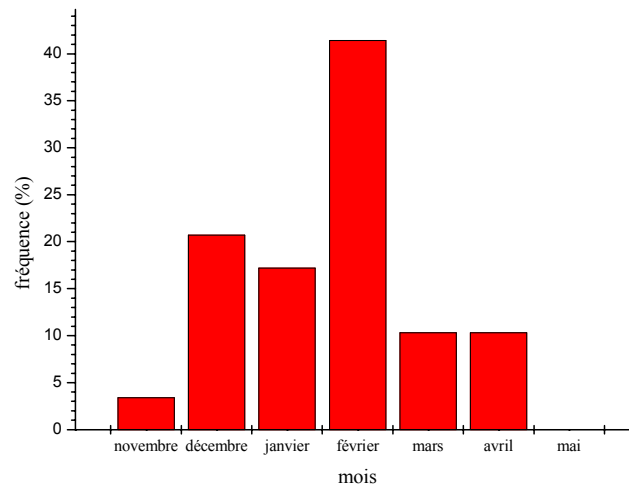
pour les Alpes une valeur médiane de 8 à 12 chutes par an dépassant 20 cm et un intervalle de variation de 10 à 20.



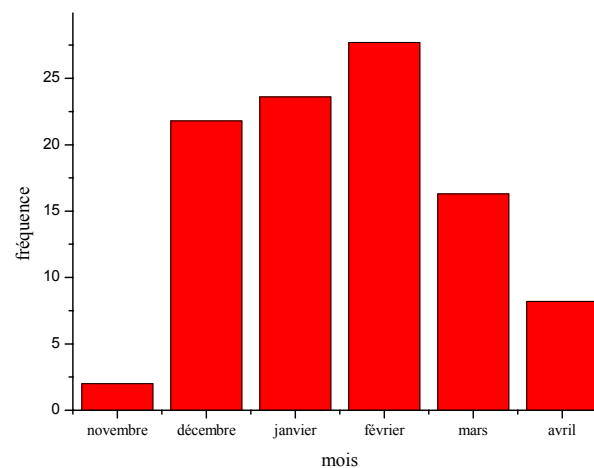
• Figure 13 : probabilité d'avoir un certain nombre de chutes de neige par an dépassant 20 cm en une journée à la Plagne.

4.4.2.2 Equiprobabilité des maxima mensuels

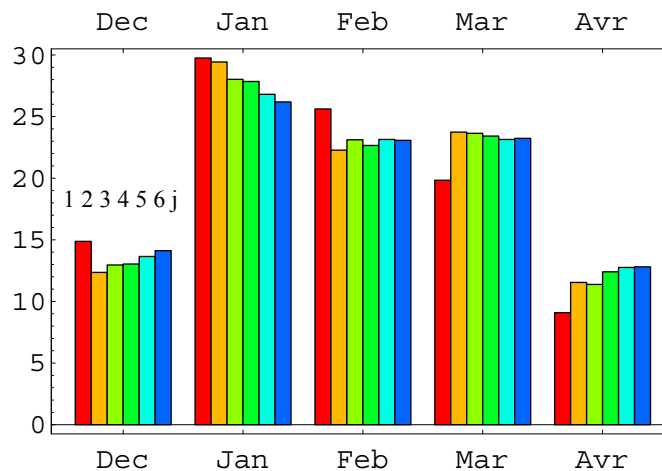
Nous avons cherché à déterminer si la probabilité de rencontrer une forte chute de neige dépendait du mois ou au contraire était à peu près uniforme pour tous les mois de la saison hivernale. Comme l'illustre la figure 14 tirée du dépouillement sur la Plagne, on observe qu'en général les plus gros cumuls annuels se retrouvent (à peu près une fois sur deux) en février. Si on recense les cumuls de neige journaliers importants (dépassant 20 cm), la distribution est plus régulière sur les mois d'hiver, mais février reste en général le mois où il neige le plus (sur une journée). Si on examine ce qui se passe pour des chutes de neige sur plusieurs jours, on n'observe pas de changement significatif de tendance, comme l'illustre la figure 15. Les différences d'un mois à l'autre sont plus ou moins marquées selon les postes. Ainsi, sur Flaine (Fig. 16), la fréquence est plus uniformément répartie sur les mois de janvier à mars. En conclusion, l'hypothèse d'équiprobabilité des chutes de neige (par rapport aux mois de l'année) n'est pas strictement vérifiée en général sur les Alpes, mais constitue une approximation raisonnable.



- Figure 14 : décompte du nombre de fois où le maximum annuel du cumul journalier est rencontré pour un mois donné. Données de la Plagne. Attention les données de novembre et avril sont incomplètes : elles sont citées pour mémoire et ne doivent pas être retenues dans le traitement.



- Figure 15 : décompte par mois du nombre de chutes de neige ayant dépassé 20 cm sur une journée à la Plagne. Attention les données de novembre et avril sont incomplètes : elles sont citées pour mémoire et ne doivent pas être retenues dans le traitement.

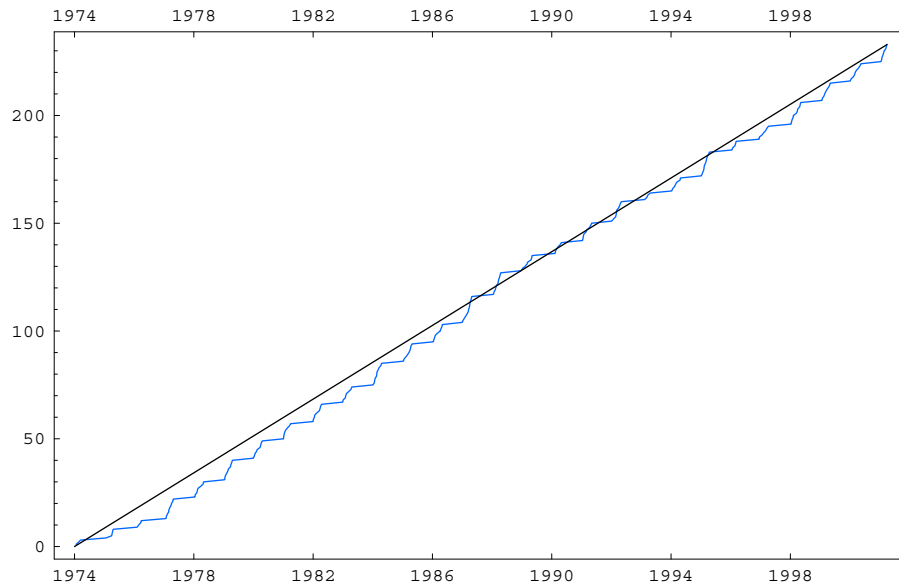


• Figure 16 : distribution du nombre de chutes de neige par mois (chutes de neige sur 1 à 6 j) ayant dépassé 20 cm de neige. Données de Flaine. Attention les données de décembre et avril sont incomplètes : elles sont citées pour mémoire et ne doivent pas être retenues dans le traitement.

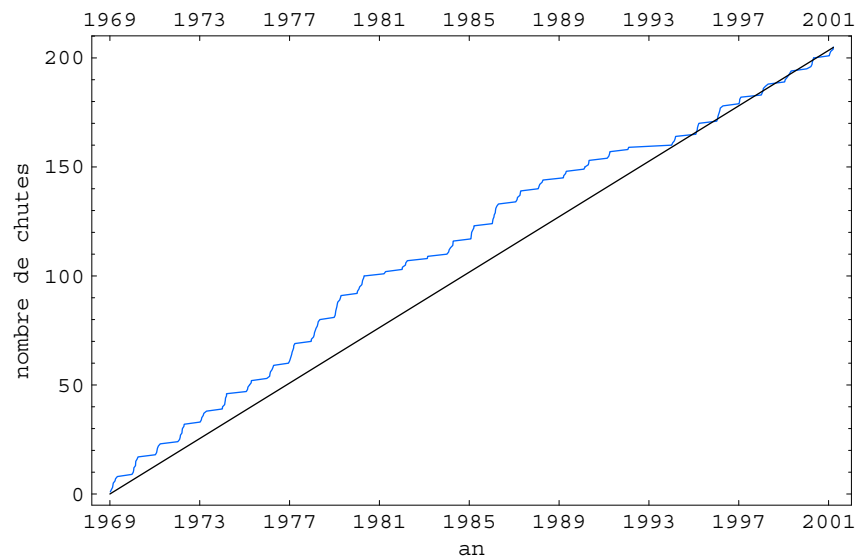
4.4.2.3 Stationnarité

Une hypothèse-clé dans le traitement statistique est de supposer que les propriétés statistiques des échantillons considérés sont indépendantes du temps. D'un point de vue statistique, cela signifie que les paramètres calculés sur des sous-échantillons d'une série complète doivent être très proches. Un test graphique pour vérifier cette hypothèse est de sélectionner toutes les chutes de neige journalières supérieures à un seuil, par exemple 20 cm (cf. [20] pour des développements plus complets). La date de ces chutes doit être uniformément répartie s'il y a stationnarité. Nous reportons à titre d'exemple dans la figure 17 en abscisse la date de la chute depuis le début du fonctionnement du poste de nivo-observateur de la Flaine et en ordonnée le rang (par ordre chronologique) de la chute considérée. S'il y a stationnarité, on devrait observer une courbe expérimentale serpentant autour d'une droite correspondant à une distribution parfaitement uniforme des chutes de neige dans le temps. Dans le cas présent on observe que la courbe expérimentale est légèrement mais systématiquement au-dessous de la droite dans les 16 premières années, traduisant ainsi un nombre un peu moins important de chutes de neige par rapport à la moyenne ; cela correspond pourtant au fort enneigement des stations des Alpes du Nord dans les années 1970. A l'opposé, dans certaines stations notamment des Alpes du Sud, le comportement par rapport à la moyenne est plus variable. Cela est illustré à travers l'exemple de la Foux d'Allos donné à la figure 18.

En résumé, l'hypothèse de stationnarité n'est pas systématiquement vérifiée sur tous les postes traités.



- Figure 17 : application du test de stationnarité. En abscisse, date de la chute comptée à partir de la mise en place de la station comptée en journée (fonctionnement en continu durant la saison), en ordonnée rang de la chute de neige journalière observée. Données de Flaine



- Figure 18 : application du test de stationnarité. En abscisse, date de la chute comptée à partir de la mise en place de la station comptée en journée (fonctionnement en continu durant la saison), en ordonnée rang de la chute de neige journalière observée. Données de la Foux d'Allos.

4.5 Quelques résultats typiques issus du dépouillement

Afin de fixer des ordres de grandeur et illustrer les résultats obtenus par les différentes méthodes possibles, nous indiquons ici les résultats obtenus sur différentes postes répartis dans les Alpes françaises. Des comparaisons entre postes et la recherche de certaines tendances (notamment l'effet de l'altitude) sont entreprises.

4.5.1 Comparaison des méthodes

Dans la plupart des cas traités, les différentes méthodes statistiques explicitées en annexe donnent des résultats comparables, ce qui est un résultat encourageant compte tenu des problèmes mentionnés dans le dépouillement des données. A titre d'exemple, le tableau 8 donne les valeurs tirées du dépouillement de la Plagne pour l'estimation du cumul de neige de période de retour 10 ans sur 1 j, 3 j, et sur tout un épisode. A signaler que pour certaines stations, c'est le cas notamment de la Foux d'Allos (tableau 9), on peut aboutir à une faible convergence des résultats (variation de plus de 20 %).

	C(24 h)	C(72 h)	C (épisode)
méthode des maxima annuels	73	122	-
méthode des maxima mensuels	71	118	-
méthode du renouvellement (à pas fixe)	70	117	-
méthode du renouvellement (à pas variable)	-	-	208

- Tableau 8 : cumul de neige (en cm) tombée en 24 h, 72 h, ou bien sur tout un épisode (sans spécification de la durée) estimé par différentes méthodes pour T=10 ans. Valeurs de cumul exprimées en cm. Données de la Plagne.

	C(24 h)	C(72 h)	C (épisode)
méthode des maxima annuels	63	124	-
méthode des maxima mensuels	68	-	-
méthode du renouvellement (à pas fixe)	73 (seuil 20 cm) 76 (seuil 10 cm)	126	-
méthode du renouvellement (à pas variable)	-	-	151

- Tableau 9 : cumul de neige (en cm) tombée en 24 h, 72 h, ou bien sur tout un épisode (sans spécification de la durée) estimé par différentes méthodes pour T=10 ans. Valeurs de cumul exprimées en cm. Données de la Foux d'Allos.

4.5.2 Lois de Gumbel et Montana

Nous avons principalement cherché à caler la loi de Gumbel et la loi exponentielle selon les méthodes explicitées en annexe. Nous reportons dans le tableau 10 quelques-uns des résultats

pour les cumuls de neige journaliers. Nous avons également cherché à caler une loi de Montana reliant cumul de neige C et durée (d) sous la forme d'une loi puissance :

$$C(T, d) = ad^b \quad (36)$$

où a et b sont deux paramètres à caler (en fonction de T). Le calage de cette loi usuelle en hydrologie a donné de bons résultats ; quelques-uns de ces résultats sont reportés dans le tableau 11.

Station	$C(24 \text{ h})$	G_c	C_0
Alpe d'Huez	83	17,8	43
Bellecôte	74	15,7	38
Chamonix	59	14,6	26
Isola	76	14,6	43,1
La Foux d'Allos	63	11,2	37,5
La Plagne	73	14,6	40
Le Tour	85	13,4	54
Les Arcs	83	16,0	47
Flaine	66	10,3	42,5

• Tableau 10 : cumul de neige journalier décennal, gradex des chutes de neige journalières, et module pour différents postes traités. Valeurs exprimées en cm.

Station	a	b
Alpe d'Huez	12,6	0,69
Bellecôte	27,8	0,31
Chamonix	17,0	0,38
Isola	25,1	0,36
La Plagne	15,5	0,48
Le Tour	12,7	0,57
Les Arcs	18,6	0,48
Flaine	12,2	0,54

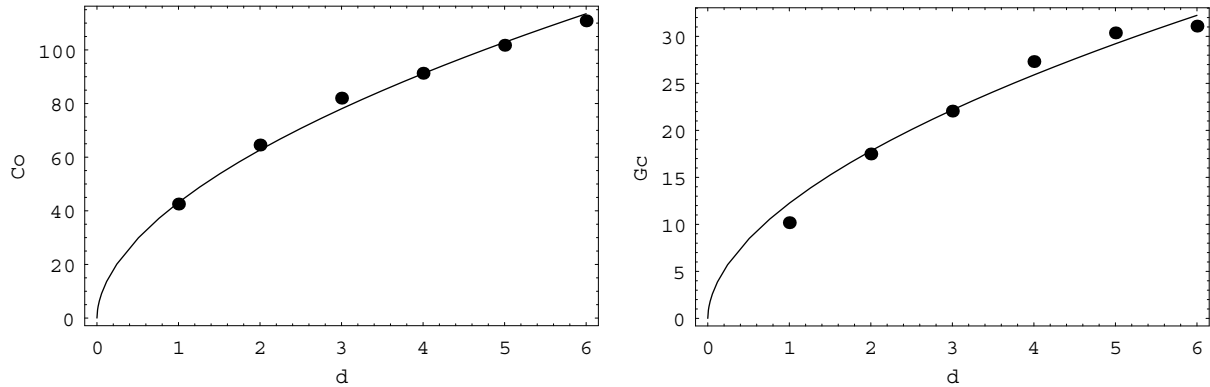
• Tableau 11 : valeurs de a et b pour différentes stations (à $T=10$ ans).

Il est possible de combiner les deux lois pour obtenir une loi qui donne le cumul de neige en fonction de la durée et la période de retour :

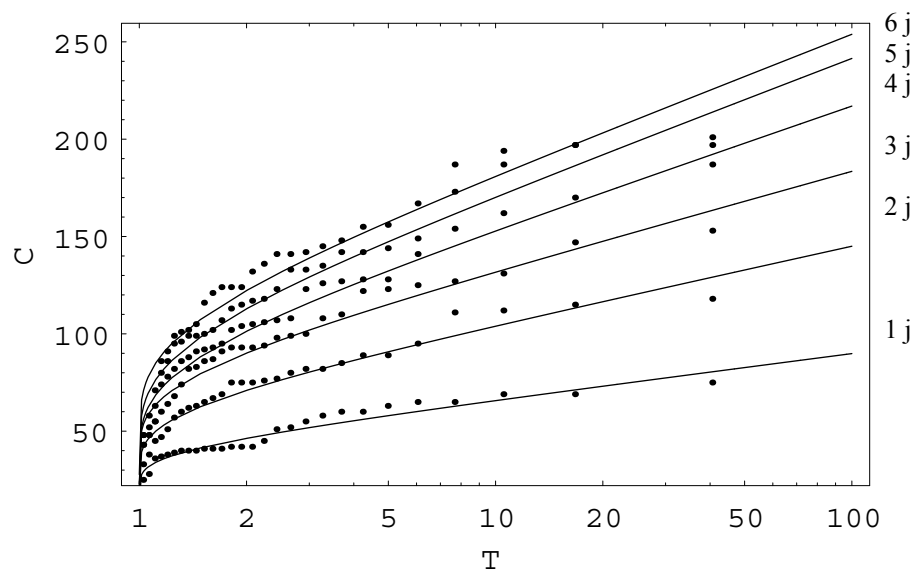
$$C(d, T) = \alpha d^b \left(\beta - \ln \left(\ln \left(1 - \frac{1}{T} \right) \right) \right) \quad (37)$$

Sur la figure 19, on reporte un exemple de variation des gradex et mode des cumuls de neige journaliers en fonction de la durée de la chute de neige. On reporte également un calage par la méthode des moindres carrés de ces paramètres par une loi puissance dans le cas du poste de Flaine. A la figure 20, toujours à partir de l'exemple de Flaine, nous avons reporté la variation

des cumuls de neige en fonction de la période de retour pour différentes durées. Au-delà de 3 jours de durée, l'écart entre tendances théoriques et données se creuse nettement pour la plus forte période de retour.



• Figure 19 : variation du gradex et du mode en fonction de la durée de la chute de neige (en jours). Les courbes continues représentent les lois puissance (loi de Montana) calées sur les points obtenus à partir du dépouillement des données.

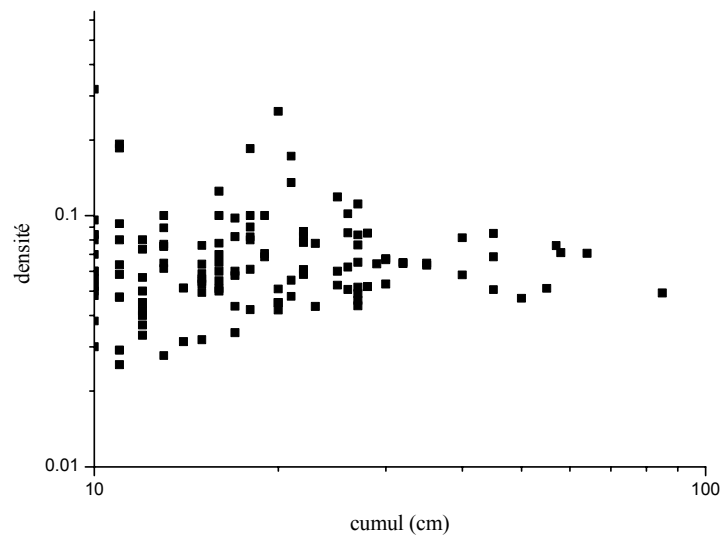


• Figure 20 : distribution empirique des cumuls de neige sur 1 jour, 2 jours, 3 jours, 4 jours, 5 jours, et 6 jours en fonction de la période de retour sur Flaine. Ont été reportées également les courbes de Gumbel calées sur les données dépouillées. Les cumuls sont exprimés en cm et la période de retour en années. $b = 0,54$, $\alpha = 12,2$, et $\beta = 43,1$.

4.5.3 Masse volumique moyenne des chutes de neige

A partir des valeurs en eau, il a été possible d'estimer la masse volumique des cumuls de neige. La figure 21 donne un exemple tiré de la Plagne. On note que la masse volumique des grosses chutes de neige journalières tend vers 50 kg/m^3 . Dans les Alpes du Sud, cette valeur est plus

importante, de l'ordre de 100 kg/m^3 , à altitude égale, ce qui traduit une influence maritime plus marquée.



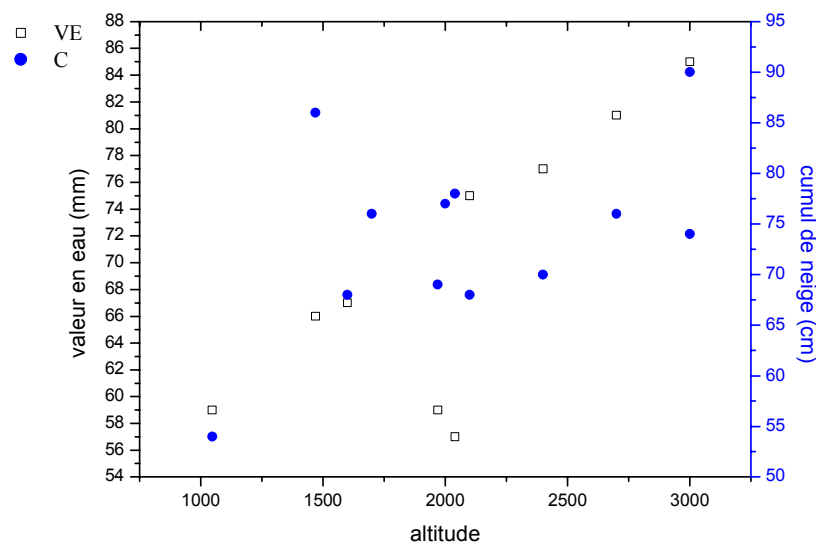
- Figure 21 : variation de la densité d'une chute de neige journalière avec le cumul total mesuré sur la journée. Données de la Plagne.

4.5.4 Influence de l'altitude

L'altitude est censée avoir un effet sur les cumuls de neige. Nous reportons dans le tableau 12 les valeurs obtenues pour les précipitations journalières décennales (neige et valeur en eau). Comme le met en évidence ce tableau, il y a un effet de l'altitude sur les précipitations journalières assez marqué : en négligeant les autres effets, le cumul journalier augmente de 30 cm quand l'altitude passe de 1000 à 3000 m, soit 1,5 cm par tranche de 100 m en moyenne (cf. Fig. 22).

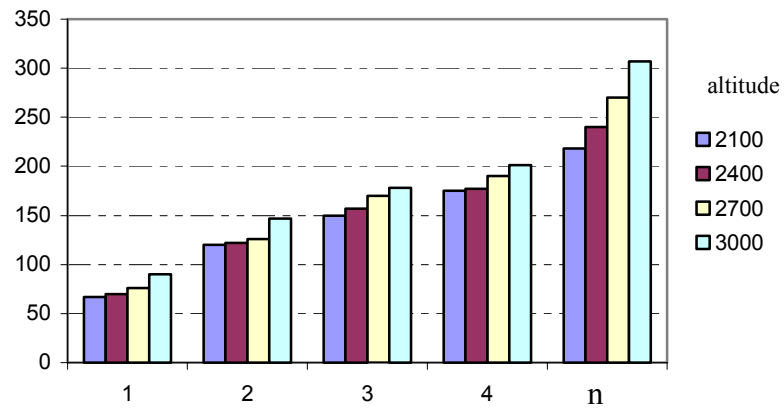
altitude	Station	VE (10)	C (10)
1048	Chamonix	59	54
1470	Le Tour	66	86
1600	Flaine	67	68
1700	Isola		76
1970	La Plagne	59	69
2000	Alpe d'Huez		77
2040	Les Arcs	57	78
2100	SAFRAN Vanoise	75	68
2400	SAFRAN Vanoise	77	70
2700	SAFRAN Vanoise	81	76
3000	Bellecôte		74
3000	SAFRAN Vanoise	85	90

• Tableau 12 : récapitulatif des cumuls de neige et valeurs en eau des précipitations journalières de neige pour une période de retour de 10 ans et pour différents postes.



• Figure 22 : variation des précipitations journaliers (cumul de neige C et valeur en eau VE) en fonction de l'altitude.

Cette tendance se retrouve sur les données du modèle SAFRAN, censées représenter les précipitations à l'échelle d'un massif (ici la Vanoise). L'effet de l'altitude y est un peu plus marqué puisque l'augmentation moyenne est de 2,5 cm par tranche de 100 et cela quelle que soit la durée de la chute de neige (entre 1 et 4 jours). En revanche, à l'échelle d'un épisode météorologique (sur n jours), les différences sont plus marquées ; elles proviennent vraisemblablement de la durée plus grande des chutes de neige en altitude.



• Figure 23 : variation des cumuls de neige sur 1, 2, 3, 4, et n jours en fonction de l'altitude (données issues du modèle SAFRAN) dans la tranche 2100 à 3000 m.

4.6 Des chutes de neige à l'épaisseur de neige déclenchée

4.6.1 Principe de l'estimation

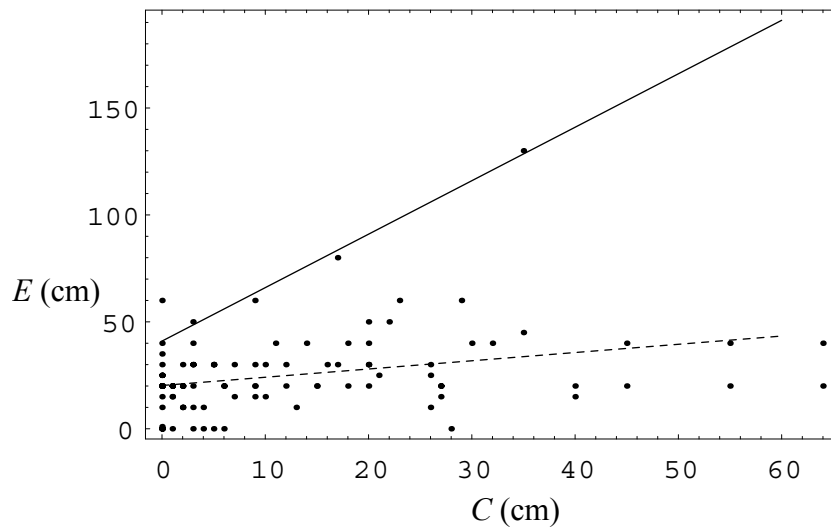
La plupart des avalanches d'ampleur sont dans les Alpes du Nord consécutives à de fortes chutes de neige. Des facteurs déclenchant ou aggravant sont les redoux et le vent. Pour estimer les volumes de neige mobilisables par des avalanches, l'idée de base consiste à relier directement l'épaisseur moyenne déclenchée au cumul de neige des derniers jours. Pour ce faire, il faut poser différentes hypothèses :

- le volume de neige mobilisé correspond au cumul des n derniers jours. La valeur de n dépend du contexte géographique mais également du contexte du déclenchement. Ainsi, on prend souvent :
 - $n=3$ pour des avalanches naturelles dans les Alpes du Nord ;
 - $n=2$ pour des avalanches naturelles dans les Alpes du Sud ;
 - $n=1$ pour des avalanches déclenchées artificiellement dès lors que les techniques utilisées dans le cadre du PIDA sont fiables.

L'idée de retenir les cumuls de neige sur n jours comme indicateur du volume de neige mobilisable vient du raisonnement suivant :

- dans le cas de départ naturel, le volume de neige croît au fur et à mesure que la neige tombe. Dans la même temps, la neige se tasse et subit une consolidation (métamorphose de la neige liée à des processus thermodynamiques) de telle sorte que sa résistance au cisaillement croît également généralement avec le temps. Ainsi le choix de $n=3$ j correspond à une sorte d'optimum de la quantité de neige disponible vis-à-vis de la résistance mécanique : en-deçà de 3 jours, le stock de neige est faible pour des avalanches d'ampleur, au-delà l'augmentation de la résistance au cisaillement des couches inférieures limite l'instabilité du manteau neigeux. Cette valeur de 3 jours est souvent utilisée comme un élément prédictif pour les prévisions d'avalanche [21, 22]. En pratique, on constate que pour de gros épisodes de nord-ouest, les avalanches partent quelques jours après le début des précipitations. Ainsi, dans le cas de l'avalanche du Péclerey à Montroc, l'avalanche s'est produite le 4^e jour de l'épisode météorologique. Dans les Alpes du Sud, compte tenu de durées d'épisode plus courtes, de qualités et quantités de neige différentes, on peut prendre $n=2$ j ;

- dans le cas des départs préventifs (dans le cadre d'un PIDA), hormis défaillance de la procédure de tir (explosif, exploseur, etc.), les avalanches sont déclenchées régulièrement. Ainsi, le plus souvent, l'intervalle de temps entre deux tirs positifs n'excède que rarement les 24 h. Il est dès lors naturel de prendre $n=1$ j.
- le tassement de la neige amène à une densification du manteau neigeux et une diminution du volume. Ce dernier dépend de plusieurs paramètres météorologiques (vent, température, ensoleillement) et géographiques (pente, altitude, orientation). En moyenne le tassement sur 3 jours est de l'ordre de 30 %. A partir de données sur Davos (Suisse), Foehn et Haechler ont proposé la formule suivante du tassement relatif d'un manteau neigeux d'épaisseur s : $\Delta s / s = (0.107 + 0.032H)t^{0.81-0.1H}$, avec H l'altitude en km et t le temps en jours [22]. La densité moyenne typique de la partie superficielle d'un manteau neigeux correspondant au cumul des 3 derniers jours est de 130 kg/m³ ;
- le vent peut soit éroder, soit déposer de la neige. Pour certains sites, la contribution du vent peut être plus importante que celle des précipitations. Un exemple est donné à la Plagne, où une zone d'accumulation de petites dimensions (1 ha) est très sensible aux surcharges dues au vent. Cette zone est déclenchée par les artificiers après chaque chute significative. La figure 24 montre la variation entre épaisseur de la neige à la cassure et cumul de neige sur les 24 dernières heures. Très souvent, l'épaisseur est de l'ordre de grandeur du cumul de neige (courbe en tiret) mais pour certains épisodes très ventés, l'épaisseur est jusqu'à trois fois supérieure au cumul de neige (courbe continue). L'examen des vents synoptiques et au sol est donc un point important pour estimer le bilan de neige transportée par le vent. Le problème rencontré est la quasi-absence de données sur le vent et les quantités de neige transportée pour la plupart des sites. Il faut donc le plus souvent se contenter d'une estimation qualitative des effets du vent. Premièrement, il faut déterminer si le bilan de masse est plutôt positif, proche de zéro, ou négatif. Cela peut se faire en imaginant comment circulent les vents au sol en fonction des vents en altitude. Deuxièmement, il faut évaluer les quantités transportées. Par défaut, les directives suisses recommandent de prendre une valeur de suraccumulation de 30 à 50 cm. Foehn et Haechler proposent des estimations en fonction de la vitesse du vent [22]. Pour un vent fort à 20 m/s, ils arrivent à des suraccumulations entre 50 et 75 cm/j. Des études de terrain plus poussées ont été réalisées pour se faire une idée des effets du vent dans les zones d'accumulation [23].



• Figure 24 : relation entre épaisseur de la cassure (E) et cumul de neige fraîche en 24 h à la Plagne 1970 m (durant les 24 dernières heures).

4.6.2 Mise en pratique

En pratique, on ne dispose pas de données nivo-météorologiques dans la zone d'accumulation. Il est donc nécessaire de les évaluer à partir de postes voisins :

- soit on dispose à proximité d'un poste de nivo-observateur (c'est souvent le cas dans ou à proximité de domaines skiables), dont les caractéristiques géographiques ne sont pas trop éloignées de celles censées représenter la zone d'accumulation. Dans ce cas, on fait les estimations à partir de ces données ;
- soit on ne dispose pas de poste nivo-météorologique à proximité. Dans ce cas, on peut tenter de faire des évaluations à partir des données de pluie.

Cas 1 : On dispose de données nivo-météorologiques. Il faut les corriger pour tenir compte des conditions locales dans la zone d'accumulation, notamment :

- l'influence de l'altitude (entre le poste de mesure et l'altitude caractéristique de la zone d'accumulation) : on rajoute⁴ 2,5 à 5 cm par tranche de 100 m d'altitude (quel que soit n) ;
- l'effet du vent : on retranche ou on ajoute 30 à 80 cm (quel que soit n) le cas échéant selon l'effet du vent ;
- l'effet du tassement : compter 30 % pour $n=3$ j.

⁴ Les Suisses arrivent à des ordres de grandeur un peu plus élevés : de l'ordre de 3 à 7 cm (in Witmer, U., *Bearbeitung von Schneedation in der Schweiz. Extremwertstatistik der Höchwerte der Schneehöhenzuwächse*. 1986, Institut Géographique, Université de Berne, Berne).

On aboutit à un cumul de neige représentatif sur fond plat d_0^* . Pour tenir compte de l'effet de la pente θ , on corrige par un facteur $f(\theta)$:

$$f(\theta) = \frac{0,291}{\sin \theta - 0,202 \cos \theta} \quad (38)$$

On aboutit à l'épaisseur moyenne typique déclenchée d_0 : $d_0 = f(\theta)d_0^*$.

La fonction $f(\theta)$ a la signification suivante [14] : $f(\theta) = 1$ pour une pente θ de 28° , qui correspond à la pente la plus faible d'une zone d'accumulation pour laquelle des départs d'avalanche ont été observés. La fonction $f(\theta)$ a été établie de la manière suivante [14]. Supposons une couche de neige récente d'épaisseur d sur un sol incliné de θ . Cette couche de neige est soumise à une contrainte due à la gravité qui l'attire vers le bas : $\tau = \rho g d \sin \theta$. Une telle couche est en équilibre mécanique si la contrainte gravitaire est contrebalancée exactement par le frottement exercé par la couche sous-jacente. Faisons un calcul à la rupture en admettant que la rupture de la neige vérifie un critère de Mohr-Coulomb et que la neige se comporte comme un milieu cohésif et frictionnel. La résistance limite au cisaillement est donc de la forme : $\tau_l = C + \sigma \tan \varphi$, où C est la cohésion de la neige, σ la contrainte normale (ici $\sigma = \rho g d \cos \theta$), et φ l'angle de frottement interne. A la rupture, on a égalité des deux contraintes :

$$\tau = \tau_l \Rightarrow \rho g d \sin \theta = C + \rho g d \cos \theta \tan \varphi \quad (39)$$

soit encore :

$$d \left(1 - \frac{\tan \varphi}{\tan \theta} \right) = \frac{C}{\rho g \sin \theta} \quad (40)$$

Cela donne une condition sur la cohésion et l'angle de frottement interne pour qu'il y ait départ. Cela veut aussi dire que si l'on connaît ces deux paramètres mécaniques, l'épaisseur de déclenchement est donnée par l'équation 40. Des fourchettes de valeurs ont été proposées pour la cohésion et l'angle de frottement interne. Les chercheurs suisses partent du raisonnement suivant :

- la cohésion dépend de l'agglomération des grains de neige au cours du temps. De manière grossière, on peut estimer que la métamorphose de frittage est favorisée par le poids propre exercé par les couches supérieures. Expérimentalement, un ordre de grandeur est donné par la relation suivante : $C = 0,291 \rho g d$;
- l'angle de frottement interne dépend surtout de la forme (et de la taille) des grains. Une limite inférieure a été fixée à $11,4^\circ$, soit $\tan \varphi = 0,202$.

De ces hypothèses et de l'éq. 40, on retrouve immédiatement l'équation 38.

Cas 2 : On ne dispose pas de données nivo-météorologiques. Il faut les extrapoler à partir des données de pluie. Notamment, on peut utiliser les remarques suivantes tirées du dépouillement sur les Alpes du Nord :

- le *gradex* des précipitations de neige (a) est systématiquement plus fort que celui des valeurs en eau (de l'ordre de 20 à 50 %) ;

- de même le *mode* (ac) est bien plus élevé pour des précipitations de neige que pour les valeurs en eau tandis que le coefficient de Montana (b) ne varie quasiment pas ;
- les masses volumiques moyennes des précipitations de neige varient entre 50 et 100 kg/m³ selon l'altitude.

La suite de la procédure est identique au cas 1.

Dans les deux cas, une difficulté est liée à la légitimité d'extrapoler des séries temporelles, dont la plupart ne dépassent pas 30 ans, pour obtenir des valeurs de précipitations extrêmes (périodes de retour supérieures à 100 ans). L'incertitude sur les valeurs extrapolées est alors importante et difficilement réductible. On note sur les postes d'altitude avec au moins 30 ans de données que le rapport précipitation centennale/ précipitation décennale est compris entre 1,35 et 1,45 pour les cumuls journaliers et tourne autour de 1,4 pour les cumuls sur trois jours. Ces valeurs peuvent servir de guide pour tester la vraisemblance d'extrapolations sur des postes à faible nombre d'années de mesures.

4.7 Les limites de la méthode

Les limites de la méthode sont perceptibles compte tenu des corrections qu'il faut faire pour tenir compte des effets de l'altitude et du vent. Pour certains secteurs très ventés, la détermination des épaisseurs moyennes sur la zone d'accumulation à partir des précipitations de neige n'a guère de sens. Dans ce cas, il faut se contenter d'une évaluation purement qualitative des épaisseurs de déclenchement.

Une autre limite vient de la nature même du raisonnement suivi : nous avons considéré que les avalanches d'ampleur sont consécutives à de fortes chutes de neige (ou à des caractéristiques nivo-météorologiques particulières). Pour certains sites, un tel schéma est soit faux, soit partiellement exact. C'est le cas notamment de sites de haute montagne (Taconnaz par exemple), où la zone d'accumulation s'étend sur des surfaces glaciaires. Le déclenchement des avalanches peut alors répondre à des éléments détonateurs comme les chutes de séracs (en dehors de toute chute de neige). C'est également le cas pour des sites, où de grosses avalanches sont susceptibles de partir par fort redoux. Un exemple typique est donné par l'avalanche des Favrandes (Chamonix-Mont-Blanc, Haute-Savoie) du 16 mai 1983, partie vraisemblablement à la suite d'un redoux affectant un manteau neigeux épais et à l'isothermie [24].

5 Analyse fonctionnelle

5.1 Principe

Comme nous l'avons explicité au § 2, la dernière étape, l'analyse fonctionnelle, vise à quantifier les caractéristiques des avalanches en fonction de leur période de retour. Cette étape repose sur l'utilisation de modèles de calcul éprouvés, qui donnent des ordres de grandeur corrects malgré leur apparente simplicité :

- pour les avalanches coulantes, utilisation d'un modèle de type Voellmy [10] ;
- pour les aérosols, utilisation d'un modèle de type Béghin-Hopfinger [25, 26].

Ces modèles sont décrits plus longuement dans les annexes. Rappelons que la méthode est indépendante des modèles auxquels elle a recours et qu'ici on a fait délibérément le choix de modèles simples, fiabilisés, et dont des solutions approchées peuvent être calculées à la main ou avec un tableur. L'utilisation d'un code de calcul numérique est un plus mais non une nécessité.

Pour fonctionner, cette dernière étape nécessite qu'on entre un certain nombre de paramètres tels que hauteur de neige déclenchée, paramètres mécaniques de la neige, largeur du panneau de départ, etc. On classera ces paramètres en trois catégories :

- les paramètres « hydrologiques », qui se caractérisent par une variation de leur valeur en fonction de la période de retour ;
- les paramètres constants intrinsèques au site ;
- les paramètres variables mais qui ne sont pas de nature « hydrologique ».

Pour les paramètres « hydrologiques », il faut spécifier leur densité de probabilité. Dans le cas présent, nous allons mettre en œuvre une méthode de Monte Carlo, qui consiste à réaliser une succession de N expériences. Pour chacune de ces expériences, les valeurs des paramètres hydrologiques sont tirées au hasard selon leur loi de probabilité.

Pour les autres paramètres, il faut simplement entrer les valeurs ou la manière dont ces valeurs varient avec d'autres paramètres du problème.

Au terme des calculs, on dispose d'une série de N avalanches fictives, pour lesquelles on a des données exhaustives de vitesse, pression, etc. Il est alors possible de faire une statistique sur ces données et de tirer les caractéristiques de l'avalanche de période de retour donnée. Par exemple, si on est intéressé par faire un zonage d'un secteur et qu'on se fixe comme avalanche de référence une avalanche centennale en termes de cote ou distance d'arrêt, alors il suffit de faire

une statistique sur les cotes d'arrêt, identifier dans la série de N avalanches celle qui s'approche de l'avalanche centennale et en déduire ses caractéristiques.

5.2 Hypothèses

Le point important est l'entrée des différents paramètres nécessaires au calcul. Nous reprenons la classification en trois familles. Afin de ne pas embrouiller le lecteur, seules les avalanches coulantes seront considérées.

5.2.1 Paramètres de nature hydrologique

Selon le schéma présenté au § 2, entrent dans cette catégorie :

- l'épaisseur de neige déclenchée d . Le principe d'obtention a été donné au § 4.6. Retenons ici que d varie généralement selon une loi de probabilité de Gumbel, dont la fonction de répartition s'écrit : $d = d_0 - G_d \ln(-\ln(1 - T^{-1}))$;
- le paramètre de viscosité de la neige μ , traduisant sa fluidité. Il est en principe fonction de la température de l'air, de la nature de la neige (forme des grains, etc.), de la teneur en eau liquide, etc. Dans quelques rares cas, on peut disposer d'une longue série de données (volume et côte d'arrêt d'avalanches) sur plusieurs dizaines d'années. On peut alors tenter de faire directement une analyse en retour pour caler μ de telle sorte que les cotes d'arrêt simulées et observées aient à peu près la même densité de probabilité (cf. § 2.2.3 sur le problème dit inverse). Un tel cas est cité pour mémoire car d'une part nous n'avons pas rencontré à ce jour de telles séries de données avec les qualités requises, d'autre part l'analyse en retour est loin d'être facile compte tenu du nombre d'autres paramètres intervenant dans le problème (cf. 2.2.3).

En pratique, on peut faire l'hypothèse que la fonction de répartition de μ suit une loi de Gumbel : $\mu = \mu_0 + G_\mu \ln(-\ln(1 - T^{-1}))$. On admet également que μ reflète des effets de masse : plus la masse est grande, plus la viscosité peut être faible. On reporte dans le tableau 15 les fourchettes de μ retenues dans les directives suisses [10] et appliquées par un grand nombre de praticiens [15].

	Avalanche ordinaire	Avalanche rare	Avalanches exceptionnelles
T	1-10 ans	30 ans	100 ans
μ	0,25-0,4	0,2-0,25	0,15-0,2

• Tableau 13 : fourchette de variation de la viscosité utilisée actuellement. D'après [15].

Cela nous conduit à proposer des lois de la forme :

- Petit site (volume mobilisé par l'avalanche de quelques milliers à plusieurs dizaines de milliers de m³) : $\mu = 0,4 + 0,032 \ln(-\ln(1 - T^{-1}))$ donnant 0,25 pour $T = 100$ ans ;
- Gros site (volume mobilisé par l'avalanche de plusieurs dizaines à centaines de milliers de m³) : $\mu = 0,35 + 0,042 \ln(-\ln(1 - T^{-1}))$ donnant 0,16 pour $T = 100$ ans.

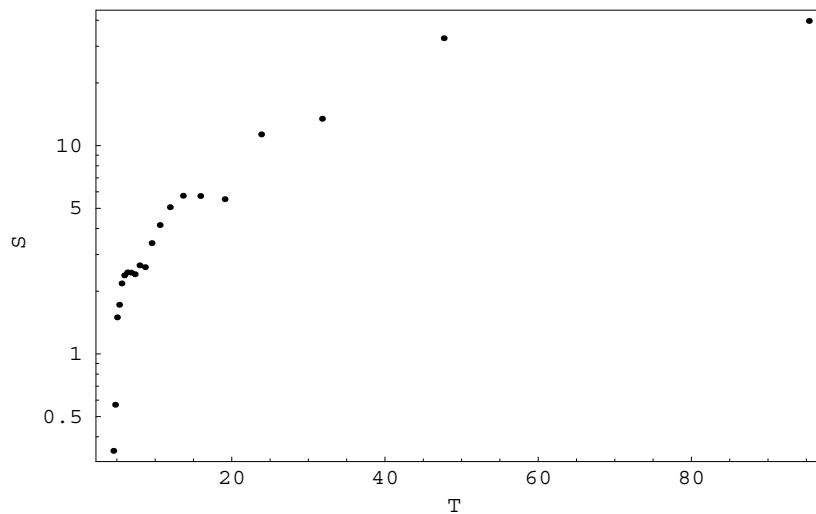
μ pour	$T = 2$ ans	$T = 10$ ans	$T = 30$ ans	$T = 100$ ans
petit site	0,39	0,33	0,29	0,25
gros site	0,33	0,26	0,21	0,16

• Tableau 14 : fourchette de variation de la viscosité proposée par défaut dans la méthode.

D'autres paramètres peuvent éventuellement être considérés comme de nature « hydrologique ». Par exemple, dans certains cas, la surface de départ peut varier dans de grandes proportions (c'est le cas précédemment cité de la quasi-simultanéité ou non du déclenchement de plusieurs panneaux). L'appréciation de la surface mise en mouvement est délicate, notamment le passage de l'étape « recensement des panneaux susceptibles de partir » (analyse spatiale) à l'étape « relation entre période de retour et surface concernée » n'est en général pas abordé faute de données. Pourtant, si l'on admet que le volume de neige mobilisé est un paramètre de nature hydrologique, alors on peut de même admettre que la surface de la zone de départ est également un paramètre « hydrologique ». Dans certains cas où l'on dispose d'une suffisamment longue série de volumes de neige déposés V_d , on peut estimer des volumes de neige mobilisés V_m en appliquant un principe de conservation de la masse (ce qui n'est pas systématiquement vérifié) : $\rho_d V_d = \rho_m V_m$. L'ordre de grandeur de ρ_m / ρ_d étant de 3 pour des neiges froides et sèches, on

tire : $V_m = V_d / 3$. L'emprise de la zone de départ se calcule alors comme : $S(T) = V_m(T) / d(T)$, avec $d(T)$ l'épaisseur de neige déclenchée (calculée précédemment).

A titre d'exemple, nous reportons dans la figure 29 le résultat obtenu en appliquant cette méthode dans le cas du site du Saint-Clément (cf. annexes). La surface potentielle de départ avait été estimée à 100 ha et elle est découpée en plusieurs panneaux de 10 à 40 ha indépendants. L'analyse montre qu'aux faibles périodes de retour (moins de 20 ans), moins de 20 % de cette surface seraient concernés par un départ d'avalanche alors qu'aux grandes périodes de retour, 40 % de la surface seraient impliqués dans le départ.



- Figure 25 : variation de la surface estimée de la zone de départ (en ha) en fonction de la période de retour (en années) pour le site de Saint-Clément (Savoie). Les surfaces ont été calculées à partir des volumes de neige déposés (reportés dans les carnets forestiers) à l'aide de la formule : $S(T) = V_m(T) / d(T)$, où $d(T) = f(\theta)17,5 \times 3^{0,5} (2,5 - \ln(-\ln(1 - T^{-1})))$.

5.2.2 Paramètres constants

Au premier rang des paramètres intrinsèques au site, il y a les pentes et de manière plus générale le profil en long ou le plan topographique. On prendra garde toutefois :

- aux éventuelles modifications du terrain (terrassment, etc.) ;
- à la mise en place d'ouvrages de protection (torrentielle, paravalanche, parebloc) ;
- à la possibilité que des trajectoires très différentes d'avalanche puissent exister (cf. exemple du § 3.4).

Parmi les paramètres constants intrinsèques au site, il y a également le paramètre de rugosité ξ qui est censé ne pas varier. Le tableau 17 donne les valeurs de ξ usuellement retenues dans l'application du modèle de Voellmy. On pourra appliquer les mêmes valeurs. Dans certains cas,

on pourra prendre des valeurs différentes de ξ sur un même site si les conditions d'écoulement varient vraiment très significativement. De même, selon les trajectoires, la valeur de ξ peut différer et ainsi on peut admettre parfois des variations de ξ avec la période de retour.

A noter que certains auteurs trouvent des valeurs de ξ supérieures à 1000. L'une des difficultés des données publiées dans la littérature se référant au modèle de Voellmy est qu'il existe plusieurs variantes. Dans la variante utilisée ici (prenant en compte les effets de la canalisation), des valeurs supérieures à 1000 ne se justifient pas.

ξ [m/s ²]	Type de terrain
1000	- pente uniforme - faible rugosité - faible canalisation (la largeur est supérieure à dix fois la hauteur)
500 – 600	- forte rugosité (de l'ordre de quelques m) - forte canalisation (largeur d'une à deux fois supérieure à la hauteur)
400	zone de forêt

• Tableau 15 : valeurs de ξ en fonction du terrain. D'après [10].

Selon les sites, d'autres paramètres peuvent être considérés comme intrinsèques : par exemple, la largeur de la zone de départ s'il y a seul panneau. Enfin, dans la plupart des cas, on prend la masse volumique de la neige constante : $\rho = 300 \text{ kg/m}^3$, mais la fourchette est plus large (200–350 kg/m^3) selon les avalanches.

5.2.3 Paramètres variables

En règle générale, on évite d'avoir recours à des paramètres variables car c'est autant de relations à spécifier dans un contexte où justement les données sont rares. Dans certains cas, on peut être amené à considérer comme paramètre variable :

- la masse volumique de la neige en écoulement si le site produit à la fois des avalanches d'ampleur mobilisant de la neige sèche et froide et d'autres impliquant de la neige humide ;
- la largeur de la zone de départ dans le cas où il y a plusieurs panneaux.

5.3 Mise en oeuvre

La mise en oeuvre est relativement aisée avec un code de calcul numérique. Elle est en revanche nettement plus laborieuse si les calculs devaient se faire avec un tableau de type Excel. Les étapes suivies sont :

1. on se fixe les valeurs des paramètres intrinsèques ;
2. on calcule la probabilité de déclenchement. Si cette probabilité est non nulle, on lance le premier calcul en tirant au hasard les valeurs de d et μ . On calcule les éventuels paramètres variables. On résout le modèle d'équation du mouvement. On stocke en mémoire les caractéristiques de l'avalanche ainsi simulée ;
3. on réitère le calcul N fois ;
4. on fait des statistiques sur les N avalanches ainsi obtenues.

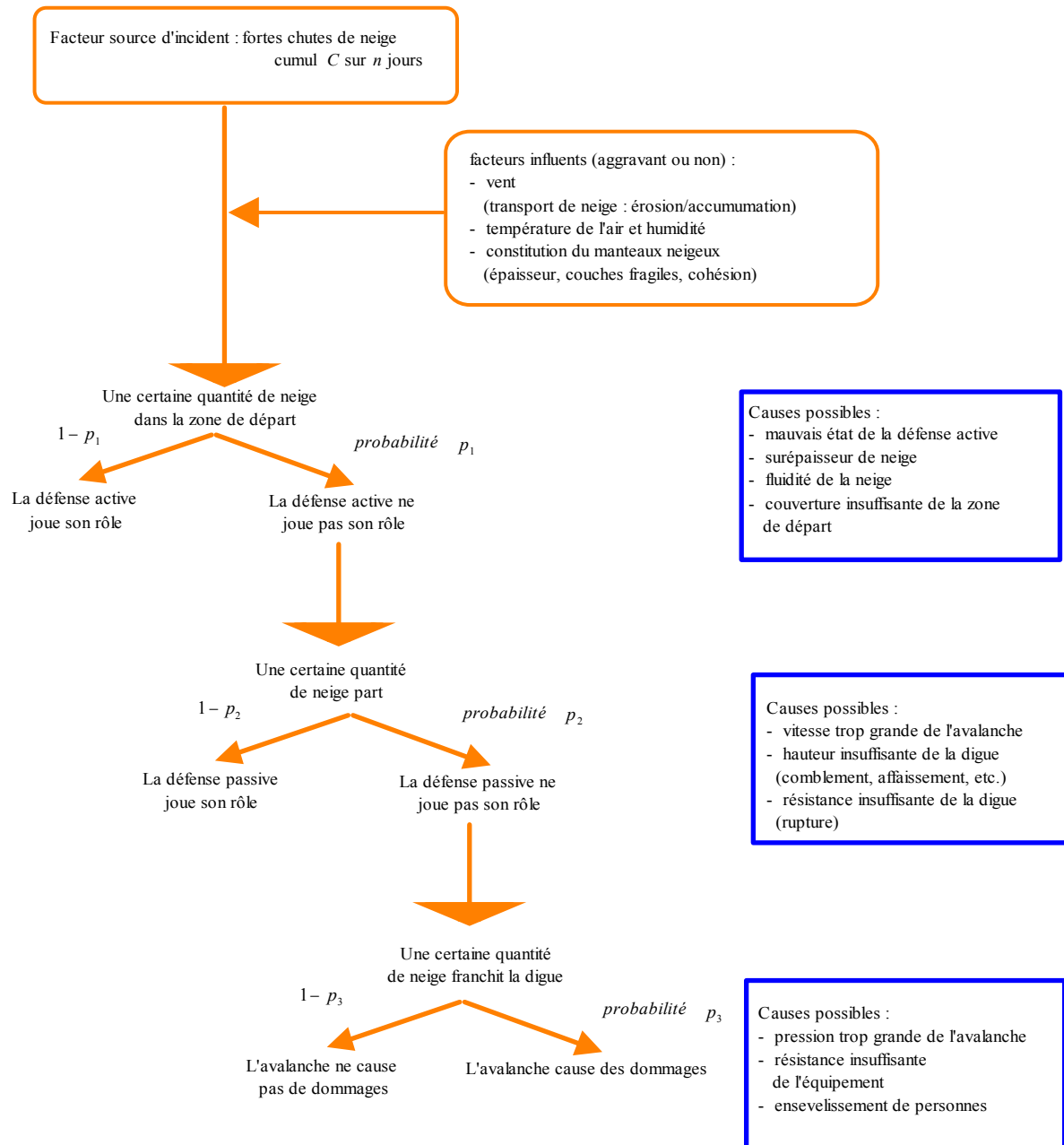
On a considéré ici un site vierge d'équipement. Dans le cas où le site est équipé de protections paravalanches (ou de protections contre les crues torrentielles pouvant également servir pour des avalanches), il faut évaluer le degré de sécurité offert par la protection (exploseur, digue, etc.).

Nous proposons ici de suivre une analyse fonctionnelle de la protection décrivant :

- comment la protection fonctionne,
- sous quelles conditions une défaillance peut apparaître,
- quels effets cette défaillance entraîne.

De manière similaire à ce qui est pratiqué pour la sécurité opérationnelle dans les processus industriels [27], on peut formuler un *arbre de défaillance*, qui représente les différentes combinaisons possibles pouvant conduire à un accident (cf. Fig. 30). Nous avons ici privilégié un processus *inductif*, où à partir d'un événement déclencheur (fortes chutes de neige) on déroule toutes les combinaisons possibles d'accident. On répond à la question : « quelle catastrophe peut-il se produire ? ». Le raisonnement inverse, dit *déductif*, consiste à rechercher quelles sont les causes qui produisent un état donné. On répond donc à la question « comment ou pour quelles circonstances la catastrophe se produit-elle ? ». Le raisonnement inductif est plus facile à mettre en oeuvre. Nous donnons un exemple de traitement dans le cas d'un site équipé de défenses active (râteliers, filets, etc.) et passive (digue, auto-renforcement, etc.). Des exemples typiques de problème sont donnés par Saint-Hilaire-du-Touvet, Tacconnaz, la Plagne, les Arcs, etc.

La mise en oeuvre de la méthode présentée ici est encore possible dans ce cas dès lors qu'on arrive à correctement décrire les probabilités de défaillance.

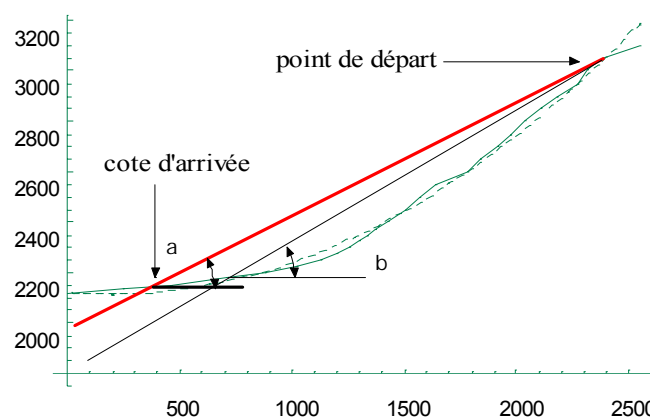


• Figure 26 : arbre de défaillance d'un système de protection.

ANNEXES

6 Méthodes statistiques dites « norvégiennes »

Des méthodes de corrélation statistique ont été développées afin de connaître les distances extrêmes d'arrêt d'avalanche (extrême signifiant ici des avalanches de périodes de retour allant généralement de 100 à 300 ans). Ces méthodes reposent sur les corrélations existant entre des angles caractéristiques du profil de terrain. Parmi les plus communes, la méthode dite *norvégienne* définit un angle β entre le point de départ (présumé) des avalanches du site et le point du terrain naturel faisant un angle de 10° par rapport à l'horizontale [5, 28]. Généralement, pour adoucir les irrégularités de terrain, le profil longitudinal naturel est remplacé par une courbe régulière (généralement une parabole). La position d'arrêt de l'avalanche est également référencée à l'aide d'un angle α lui aussi considéré à partir du point départ des avalanches (voir figure 31). Des formules de corrélation ont été recherchées entre α et β . Par exemple, sur la base de 113 événements exceptionnels, Lied et Toppe aboutirent à la corrélation linéaire suivante : $\alpha = 0,96\beta - 1,7^\circ$ (corrélation $r = 0,93$ et écart-type $1,4^\circ$). Des corrélations plus ou moins complexes et fines ont par la suite été calées pour diverses régions du monde, notamment en France [8]. Malheureusement, pour l'arc alpin, les profils de terrain sont bien plus complexes que ceux sur lesquels la méthode a été originellement testée. Le confinement, les changements d'orientation, et la forte irrégularité des profils rendent difficilement applicables de telles méthodes en France. De plus, ce type de modélisation ne renseigne (pour l'instant) pas sur d'autres variables d'intérêt (comme la vitesse) que la cote d'arrêt.



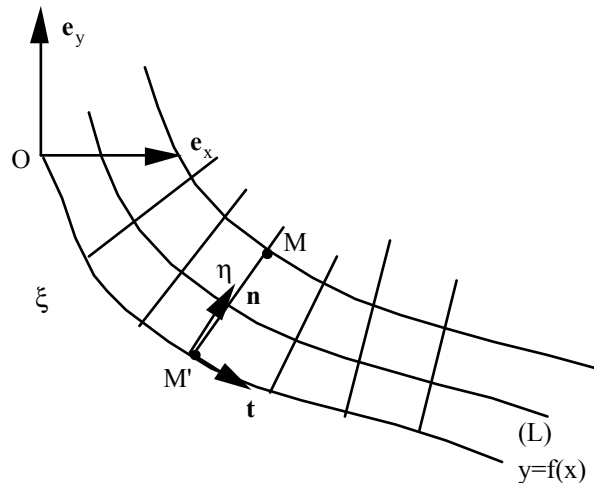
• Figure 27. Définition des angles α et β dans la méthode norvégienne.

7 Modèles déterministes de type Voellmy

7.1 Repère du mouvement

Dans un grand nombre de cas d'intérêt pratique, l'écoulement se fait le long d'une surface quelconque. L'objet de cette partie est de préciser la forme des équations dynamiques lorsque la ligne de pente est une courbe régulière (L), qui peut être représentée par une fonction :

$$y = f(x) \quad (1)$$



• Figure 28 : définition des bases physique et cartésienne. Représentation du maillage curviligne.

On construit un réseau de coordonnées curvilignes à partir de cette fonction. On notera ξ l'abscisses curviligne et η l'ordonnée mesurée positivement selon la normale orientée à L . On note $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ la base cartésienne de l'espace et (\mathbf{t}, \mathbf{n}) la base physique associée à (L) . La matrice de passage de la base physique vers la base cartésienne s'écrit :

$$\frac{1}{\sqrt{1+f'^2(x)}} \begin{bmatrix} 1 & -f' \\ f' & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

L'abscisse curviligne est reliée à l'abscisse cartésienne par :

$$\xi = \int_0^x \sqrt{1+f'^2(u)} du \quad (3)$$

L'ordonnée curviligne est reliée aux coordonnées cartésiennes par :

$$\mathbf{OM} = \eta \mathbf{n} + \mathbf{OM}' = \begin{bmatrix} x - \eta \sin \theta \\ f(x) + \eta \cos \theta \end{bmatrix}$$

avec $\cos \theta = \mathbf{t} \cdot \mathbf{e}_x$. Notons qu'il n'y a pas de relation générale directe entre les composantes des deux bases. On note (u, v) les composantes de la vitesse dans la base curviligne physique. En outre on appellera R le rayon de courbure et C la courbure définis de la manière suivante :

$$C = \frac{1}{R} = \frac{f''(x)}{(1 + f'^2(x))^{3/2}} \quad (4)$$

Le tenseur métrique est obtenu par la méthode du ds^2 ; calculons l'incrément de norme du vecteur \mathbf{OM} :

$$ds = (d\mathbf{OM})^2 \quad (5)$$

On a d'après (5) :

$$d\mathbf{OM} = \begin{bmatrix} dx - d\eta \sin \theta - \eta \cos \theta d\theta \\ df(x) + d\eta \cos \theta - \eta \sin \theta d\theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

Par ailleurs, on a :

$$\tan \theta = f' \Rightarrow d\theta = \frac{f''}{1 + f'^2} dx = \frac{f''}{(1 + f'^2)^{3/2}} d\xi \quad (7)$$

L'expression de l'incrément de position devient alors :

$$d\mathbf{OM} = \frac{1}{\sqrt{1 + f'^2}} \begin{bmatrix} d\xi - d\eta f' - \eta C d\xi \\ f' d\xi + d\eta - \eta C f' d\xi \end{bmatrix} \quad (8)$$

On déduit facilement que la norme de l'incrément s'écrit :

$$ds^2 = (1 - \eta C)^2 d\xi^2 + d\eta^2 \quad (9)$$

Par propriété du tenseur métrique, on déduit que les composantes du tenseur métrique dans la base cartésienne sont :

$$\mathbf{g} = [g_{ij}] = \begin{bmatrix} (1 - C\eta)^2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

On appelle 'jauge d'espace' la quantité scalaire:

$$\bar{g} = \sqrt{|\det \mathbf{g}|} = |1 - C\eta| \quad (11)$$

Cette étape est importante puisqu'elle permet de déterminer la base naturelle à partir de la base physique. Rappelons que les relations tensorielles de conservation de masse et de quantité de mouvement ne se dérivent que dans la base naturelle. On note donc \mathbf{e}_1 et \mathbf{e}_2 les formes covariantes suivantes, dont les composantes sont exprimées dans la base cartésienne :

$$\mathbf{e}_1 = \frac{\partial \mathbf{OM}}{\partial \xi} = \frac{1 - C\eta}{\sqrt{1 + f'^2}} \begin{bmatrix} 1 \\ f' \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{e}_2 = \frac{\partial \mathbf{OM}}{\partial \eta} = \frac{1}{\sqrt{1 + f'^2}} \begin{bmatrix} -f' \\ 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

On notera u^i ($i=1,2$) les composantes contravariantes du vecteur vitesse. Les composantes contravariantes sont reliées aux composantes physiques :

$$u = u^{<1>} = \sqrt{\mathbf{e}_1^2} u^1 = (1 - C\eta) u^1, u = u^{<2>} = \sqrt{\mathbf{e}_2^2} u^2 = u^2 \quad (14)$$

Dans la suite, les indices entre crochets indiquent que les composantes sont calculées dans la base physique (on rappelle que les chiffres en exposant indiquent que les composantes sont contravariantes et s'ils sont en indice, ce sont des formes covariantes).

7.1.1 Équation de conservation de la quantité de mouvement

Les composantes contravariantes de l'accélération \mathbf{a} s'écrivent :

$$a^1 = \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \Gamma_{11}^1 \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 + 2\Gamma_{12}^1 \frac{d\xi}{dt} \frac{d\eta}{dt} + \Gamma_{22}^1 \left(\frac{d\eta}{dt} \right)^2 \quad (15)$$

$$a^2 = \frac{d^2 \eta}{dt^2} + \Gamma_{11}^2 \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 + 2\Gamma_{12}^2 \frac{d\xi}{dt} \frac{d\eta}{dt} + \Gamma_{22}^2 \left(\frac{d\eta}{dt} \right)^2 \quad (16)$$

où l'on a introduit les symboles de Christoffel :

$$\Gamma_{ij}^k = \frac{1}{2} g^{kl} \left(\frac{\partial g_{li}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{jl}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^l} \right) \quad (17)$$

Comme la base naturelle est orthogonale, on montre que tous les symboles de Christoffel sont nuls, sauf : $\Gamma_{12}^1 = \Gamma_{21}^1 = -C/(1 - C\eta)$, $\Gamma_{11}^2 = C(1 - C\eta)$, $\Gamma_{11}^1 = -\eta C'/(1 - C\eta)$. Compte tenu de la forme du tenseur métrique sous sa forme covariante établie en (10), on déduit que :

$$a^1 = \frac{d^2 \xi}{dt^2} - \frac{\eta C'(\xi)}{1 - C\eta} \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 + 2C(1 - \eta C) \frac{d\xi}{dt} \frac{d\eta}{dt} \quad (18)$$

$$a^2 = \frac{d^2 \eta}{dt^2} - \frac{C}{1 - \eta C} \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 \quad (19)$$

Écrites dans la base physique, ces composantes deviennent :

$$a^{(1)} = (1 - C\eta) \frac{d^2 \xi}{dt^2} - \eta C'(\xi) \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 + 2C(1 - \eta C)^2 \frac{d\xi}{dt} \frac{d\eta}{dt} \quad (20)$$

$$a^{<2>} = \frac{d^2\eta}{dt^2} - \frac{C}{1-C\eta} \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 \quad (21)$$

L'équation du mouvement s'obtient directement en écrivant : $m\mathbf{a} = m\mathbf{g} - \mathbf{F}$. En admettant que le solide se maintienne à une cote constante par rapport au profil ($\eta = \eta_0$), nous trouvons que les équations générales du mouvement sont de la forme :

$$(1-C\eta_0) \frac{d^2\xi}{dt^2} - \eta_0 C'(\xi) \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 = g \sin \theta - \frac{F}{m} \quad (22)$$

$$-\frac{C}{1-C\eta_0} \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 = -g \cos \theta(\xi) + \frac{N}{m} \quad (23)$$

Il s'agit d'un système d'équations différentielles *a priori* non linéaires (sauf si $C = 0$) et éventuellement couplées (s'il y a une relation entre F et N). Pour résoudre ce système d'équation il faut un jeu d'équations supplémentaires donnant F et N . Nous examinerons ce point ci-après. Il est intéressant de mettre les équations du mouvement sous une forme sans dimension. A cet effet, on considère que les dimensions de l'écoulement sont d'un ordre de grandeur L , la courbure d'un ordre de grandeur D^{-1} , et la vitesse V . A partir de là, on introduit les variables sans dimension suivantes : $t = \tilde{t}g/V, \xi = \tilde{\xi}L, \eta = \tilde{\eta}L, C = \tilde{C}/D, F = \tilde{F}mU^2/H$. On peut également construire deux nombres sans dimension. Le premier est le nombre de Froude : $Fr = V/\sqrt{gL}$ et le second est un rapport d'aspect : $\varepsilon = L/D$. On obtient le jeu d'équation suivant :

$$(1-\varepsilon\tilde{C}\tilde{\eta}) \ddot{\tilde{\xi}} - \varepsilon\tilde{\eta}_0 \tilde{C}'(\tilde{\xi}) \dot{\tilde{\xi}}^2 = Fr^2 \sin \theta - \tilde{F} \quad (24)$$

$$-\frac{\varepsilon\tilde{C}}{1-\varepsilon\tilde{C}\tilde{\eta}_0} \dot{\tilde{\xi}}^2 = -Fr^2 \cos \theta + \tilde{N} \quad (25)$$

Lorsque le rapport d'aspect est faible ($\varepsilon \ll 1$), il est possible de négliger un certain nombre de termes. L'équation du mouvement s'écrit donc (sous forme dimensionnelle) :

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = g \sin \theta - \frac{F}{m} \quad (26)$$

$$N = mg \cos \theta \quad (27)$$

Cela peut servir à justifier l'hypothèse courante consistant à écrire l'équation locale du mouvement directement dans un repère cartésien, en considérant que tout se passe localement comme si le mouvement sur un plan incliné de pente θ . Dans le cas où l'on n'a pas $\varepsilon \ll 1$, alors il faut tenir compte de l'accélération centrifuge. Notons aussi qu'un effet de ce terme

d'accélération centrifuge est de diminuer la composante normale de la réaction, puisque l'on a à partir de (23) :

$$N = mg \cos \theta - \frac{mC}{1 - C\eta_0} \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 \quad (28)$$

Donc localement on peut avoir $N = 0$ et donc décollement du mobile.

7.2 Equations du mouvement dans le cas des écoulements gravitaires

Dans la plupart des phénomènes étudiés, la force de frottement est écrite sous la forme d'une fonction de N et v la vitesse du mobile:

$$F = F(N, v) \quad (29)$$

où v a pour composantes dans la base physique : $\left((1 - C\eta)\dot{\xi}, \dot{\eta} \right)$. Une forme de loi de frottement souvent adoptée est la suivante : $F(N, v) = \mu N + \lambda v^2$, mais naturellement bien d'autres lois sont possibles. Nous considérerons ici le cas le plus d'une force de frottement de la forme : $F(N, v) = \mu N + m\alpha v + m\lambda v^2$. L'équation générale du mouvement s'écrit donc :

$$\ddot{\xi} = g \cos \theta(\xi) \frac{\tan \theta(\xi) - \mu}{1 - C\eta_0} - \lambda(1 - C\eta_0)\dot{\xi}^2 - \alpha\dot{\xi} + \frac{\eta_0 C'(\xi)}{1 - C\eta_0} \dot{\xi}^2 + \frac{C}{(1 - C\eta_0)^2} \dot{\xi}^2 \quad (30)$$

Pour simplifier les calculs nous considérerons le cas d'un écoulement peu épais ($\varepsilon \ll 1$) sur une pente ne variant pas trop ($\theta(\xi) \approx \theta_0$). Le régime stationnaire est donné en résolvant l'équation $\ddot{\xi} = 0$:

$$\lambda\dot{\xi}^2 + \alpha\dot{\xi} = g \sin \theta_0 - \mu g \cos \theta_0 \quad (31)$$

La seule solution physique admissible est :

$$\dot{\xi}_{RP} = \frac{\sqrt{\alpha^2 + 4g\lambda \cos \theta_0 (\tan \theta_0 - \mu)} - \alpha}{2\lambda} \quad (32)$$

avec pour condition : $\tan \theta_0 \geq \mu$. On peut résoudre les équations du mouvement en prenant pour condition initiale $v(0) = v_0$:

$$\dot{\xi} = \dot{\xi}_{RP} f(t) + \frac{\alpha}{2\lambda} (f(t) - 1) \quad (33)$$

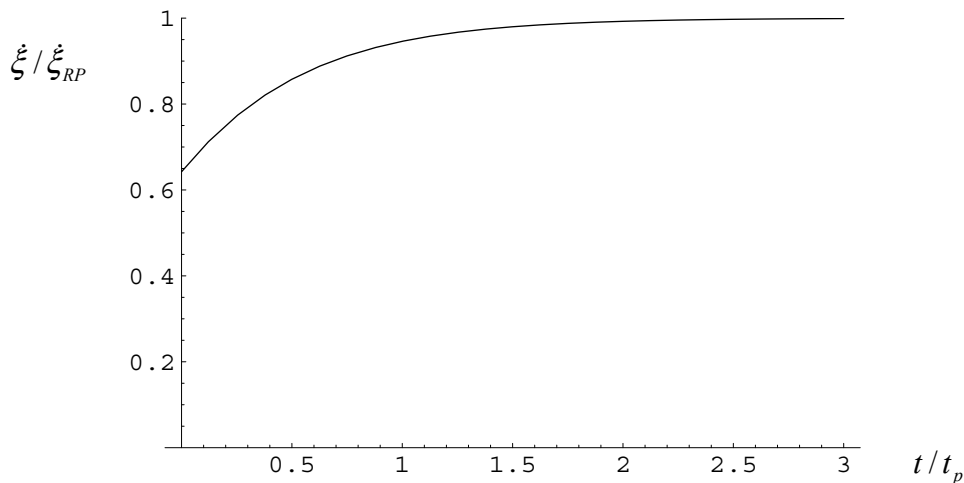
avec :

$$f(t) = \tanh \left(\frac{t}{2} \sqrt{\alpha^2 + 4\lambda g \cos \theta_0 (\tan \theta_0 - \mu)} + \operatorname{arctanh} \left(\frac{\alpha + 2\lambda v_0}{\sqrt{\alpha^2 + 4\lambda g \cos \theta_0 (\tan \theta_0 - \mu)}} \right) \right)$$

On peut définir un temps caractéristique :

$$t_c = \frac{4}{\sqrt{\alpha^2 + 4\lambda g \cos \theta_0 (\tan \theta_0 - \mu)}} \quad (34)$$

Dès que $t > t_c$, on est sûr que $\tanh(t) \approx 1$ et donc que la vitesse est quasiment celle du régime permanent. Le temps caractéristique traduit l'inertie du mobile et reflète *grosso modo* le temps nécessaire pour atteindre le régime permanent. Comme l'illustre la figure 33, le régime permanent est généralement atteint très rapidement.



• Figure 29 : évolution typique de la vitesse.

7.3 Résolution propre des équations du mouvement dans le cas $\alpha = 0$

Dans un grand nombre de modèles de calcul, deux hypothèses sont couramment faites :

- la courbure du terrain naturel est faible (on se place implicitement dans le cas $\varepsilon = 0$), c'est-à-dire aussi que la pente est à peu près uniforme au moins par tronçon : $\theta \approx \theta_0$;
- la force de frottement s'écrit : $F(N, v) = \mu N + \lambda v^2$.

L'équation du mouvement s'écrit alors compte tenu de (30) :

$$\dot{u} = g \cos \theta_0 (\tan \theta_0 - \mu) - \lambda u^2 \quad (35)$$

En remarquant que : $du/dt = u du/dx$, on peut faire un changement de variable et se ramener à une équation différentielle linéaire :

$$\frac{1}{2} \frac{du^2}{dx} = g \cos \theta_0 (\tan \theta_0 - \mu) - \lambda u^2 \quad (36)$$

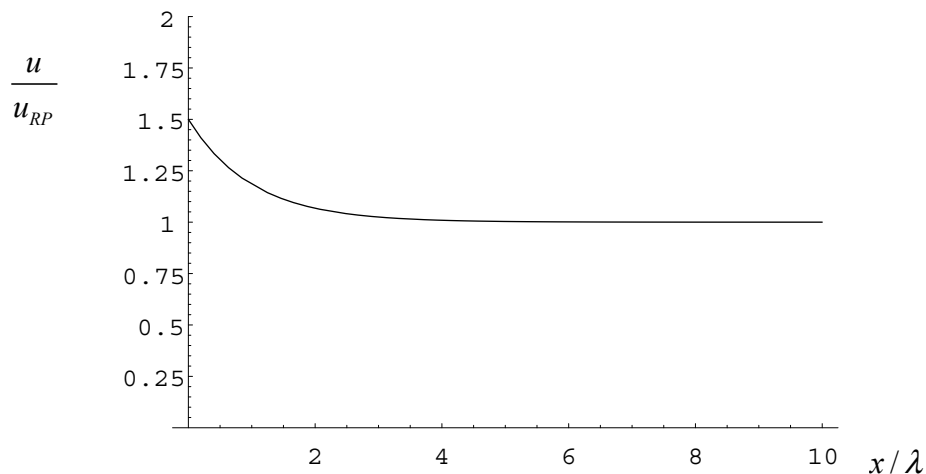
En prenant comme condition initiale on trouve que la vitesse vérifie :

$$u^2(x) = \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda} (\lambda u_0^2 + g \cos \theta (e^{\lambda x} - 1) (\tan \theta - \mu)) \quad (37)$$

Une condition suffisante pour que la vitesse soit définie est que $\tan \theta \geq \mu$. Dans le cas contraire, la vitesse peut s'annuler. Cela se produit pour une abscisse $x_{\text{arrêt}}$ donnée par :

$$x_{\text{arrêt}} = \frac{1}{2\lambda} \ln \left(1 - \frac{\lambda u_0^2}{g \cos \theta (\tan \theta - \mu)} \right) \quad (38)$$

Comme précédemment pour l'évolution de la vitesse (figure 33), on trouve que le régime permanent est atteint rapidement après une distance $x = 0,7\lambda$, le mobile a déjà atteint au moins 50 % de sa vitesse maximale et au bout d'une distance, $x = 2,3\lambda$, il a atteint 90 % de sa vitesse maximale. La figure 34 illustre le cas d'un radoucissement de pente : le régime permanent est atteint à l'abscisse $x \approx 4\lambda$.



• Figure 30 : variation de la vitesse en fonction de l'abscisse (ici dans le cas d'un radoucissement de pentes).

7.4 La pratique en ingénierie

Nous ne considérerons ici que les modèles les plus courants mais il faut garder à l'esprit qu'un grand nombre de modèles, plus ou moins proches, ont développés. On pourra se référer à la revue bibliographique du rapport SAME pour plus d'informations.

7.5 Le modèle Voellmy-Salm-Gubler pour les avalanches coulantes

7.5.1 Equations de base ; conditions initiales

Nous décrivons ici le modèle de Voellmy dans sa variante dite VSG (Voellmy Salm Gubler) de 1991 [10]. L'équation de base du modèle VSG est la suivante :

$$\frac{1}{2} \frac{du^2}{dx} = g \cos \theta_0 (\tan \theta_0 - \mu) - \frac{g}{\xi R_H} u^2 \quad (39)$$

où le coefficient de frottement $\lambda = g / (\xi R_H)$ est fonction d'un coefficient ξ (sans dimension) et du rayon hydraulique, défini comme :

$$R_H = \frac{S}{\chi} \quad (40)$$

où S est la section d'écoulement (par unité de longueur) et χ est ce que l'on appelle le périmètre mouillé, c'est-à-dire la longueur du mobile en contact avec la surface de glissement. Si le mobile a la forme d'un bloc parallélépipédique de hauteur h et de largeur l , on trouve que :

$$R_H = \frac{lh}{l+2h} \quad (41)$$

Pour des avalanches très larges (de versant, $l \gg h$), on a : $R_H \approx h$. Comme conditions initiales, le modèle VSG admet que l'avalanche est très large et qu'elle atteint rapidement une vitesse stationnaire de telle sorte qu'on a à partir de (39) :

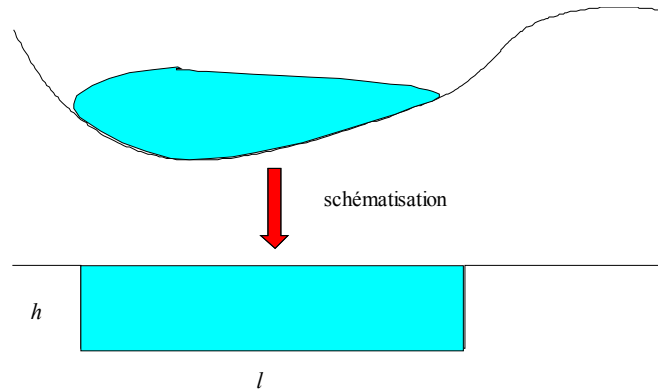
$$u_0 = \sqrt{\xi d_0 \cos \theta_0 (\tan \theta_0 - \mu)} \quad (42)$$

où d_0 désigne la hauteur de neige à la cassure et θ_0 est la pente initiale moyenne dans la zone de départ. En considérant que la largeur initiale de l'avalanche est l_0 , on déduit que le débit initial est :

$$Q_0 = l_0 d_0 u_0 = l_0 \sqrt{\xi d_0^3 \cos \theta_0 (\tan \theta_0 - \mu)} \quad (43)$$

Une hypothèse de base du modèle VSG est que le débit se conserve tout le long de l'écoulement. L'avalanche est donc uniquement vue comme un flux d'une masse de neige d'un endroit à un autre sans incorporation de neige en cours d'écoulement :

$$Q = Q_0 \quad (44)$$



• Figure 31 : coupe transversale d'une avalanche.

Le modèle VSG retient deux cas de figure pour le calcul de la vitesse dans la zone d'écoulement :

- Si l'écoulement est confiné (avalanche de couloir) alors il faut tenir compte de la géométrie de la section d'écoulement, calculer la section et le périmètre mouillés, en déduire le rayon hydraulique, et enfin calculer la vitesse à l'aide de l'équation (39) :

$$u = \sqrt{\xi R_H \cos \theta (\tan \theta - \mu)} \quad (45)$$

le calcul est en fait itératif (par tâtonnement on calcule la section mouillée de telle sorte qu'à la fin on ait : $Su = Q_0$) ou bien revient implicitement à résoudre au préalable l'équation de conservation du débit : $Q_0 = Su = \sqrt{\xi S^3 \cos \theta (\tan \theta - \mu)} / \chi$.

- Si l'avalanche n'est pas confinée (avalanche de versant), alors on a : $R_H \approx h$. Par ailleurs, si l est la largeur de l'écoulement, alors on tire de la conservation du débit que : $h = Q_0 / (lu)$. En reportant cela dans l'équation (39), on trouve qu'en régime permanent, on a :

$$u = \sqrt[3]{\xi \frac{Q_0}{l} \cos \theta (\tan \theta - \mu)} \quad (46)$$

7.5.2 Procédure de calcul

La procédure de calcul du modèle VSG est principalement fondée sur la recherche du point caractéristique noté P tel que $\tan \theta = \mu$. En effet, à l'aval de P, on a en principe : $\tan \theta < \mu$, ce qui correspond au début de la zone de décélération de l'avalanche, puis de son arrêt. A l'amont, au contraire, on est dans la zone d'écoulement de l'avalanche. La difficulté est qu'en P, d'après les équations (45) ou (46), la vitesse est nulle en régime permanente. Le modèle VSG contourne la difficulté en introduisant un nouveau point (A) et en admettant qu'en fait au point P, le régime n'est pas permanent mais transitoire. Dans l'esprit du modèle VSG, le point correspond au point de décélération effectif de l'avalanche. La construction du point A se fait en considérant deux configurations topographiques distinctes :

Si la pente varie significativement à l'amont de P (mettons une pente θ_A de 4 à 5° plus grande que $\theta_p = \arctan \mu$, sur une distance de 200 m parcourue le long du terrain naturel), on calcule la position de A par itération successive. Tout d'abord on se fixe une position de A arbitrairement 200 m avant le point P, on calcule l'angle θ_A entre les points A et P, puis on calcule la vitesse moyenne (à partir de la pente moyenne θ_A) et la hauteur d'écoulement à l'aide des équations 45 ou 46. Le modèle préconise de retenir cette position de A si la distance (mesurée le long de la pente) entre A et P est de l'ordre de grandeur de :

$$AP \approx 0,7\xi h / g \quad (47)$$

(cela correspond à $x / \lambda = 0,7$). Dans le cas contraire, on choisit une nouvelle position de A et on réitère le calcul jusqu'à ce que l'équation 47 soit vérifiée (à 10 % près).

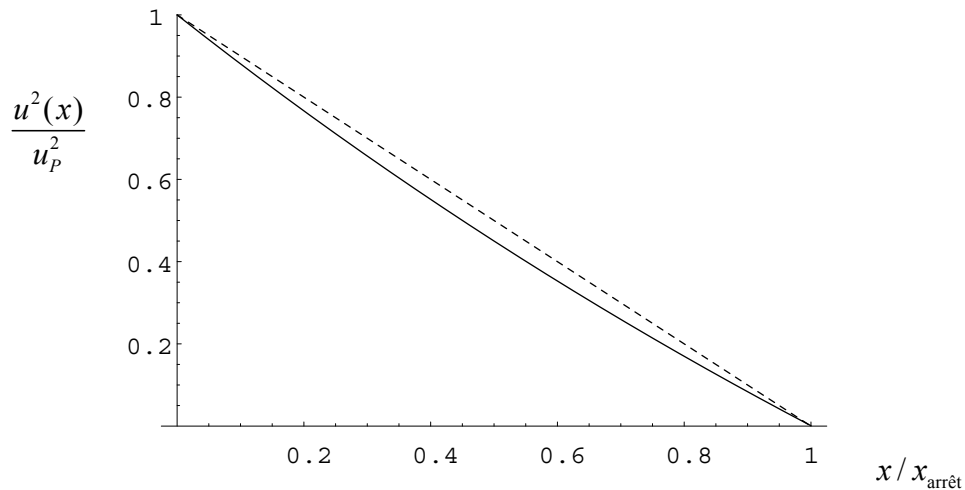
Si la pente varie de manière peu significative à l'amont de P (mettons une pente θ_A ne dépassant pas $\theta_p + 3,5^\circ$, sur une distance de 200 m parcourue le long du terrain naturel), on recherche la position de A comme étant le point tel que $\tan \theta_A = \theta_p + 3,5^\circ$. Le modèle VSG admet alors que sur le tronçon AP, la vitesse et la hauteur sont constantes et données par les équations 46 ou 45 en prenant comme angle de pente l'angle θ_A .

A l'aval du point P, l'avalanche entre dans sa phase d'arrêt. La distance d'arrêt (comptée à partir du point P) est donnée par l'équation 38. Le modèle VSG propose une hauteur moyenne de neige dans la zone de dépôt calculée comme suit :

$$h_{\text{dép.}} = h_p + \frac{u_p^2}{10g} \quad (48)$$

Pour le calcul de la vitesse durant la phase d'arrêt, le modèle admet que le carré de la vitesse (telle que calculée par 38) varie quasiment de manière linéaire avec l'abscisse :

$$u^2(x) = u_p^2 \left(1 - \frac{x}{x_{\text{arrêt}}} \right) \quad (49)$$



- Figure 32 : variation de la vitesse dans la zone d'arrêt. En trait continu, nous avons représenté la vitesse telle que calculée par l'équation 38. En discontinu, nous avons représenté la variation linéaire donnée par l'équation 49.

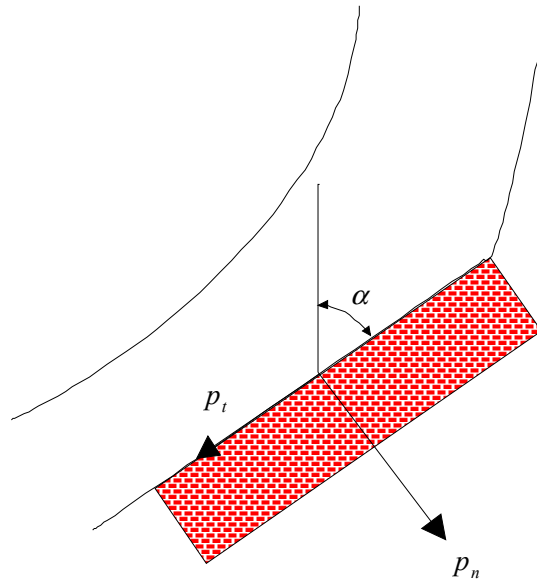
7.5.3 Autres grandeurs calculées par le modèle VSG

Le modèle VSG peut également calculer des pressions et des hauteurs de sollicitations sur des ouvrages. Le modèle retient deux types d'obstacle :

Les obstacles importants sont capables de dévier l'avalanche. Dans ce cas, le modèle donne les deux composantes (normale et tangentielle) de l'action de l'avalanche :

$$p_n = \rho u^2 \sin^2 \alpha \text{ et } p_t = \kappa p_n \quad (50)$$

avec α l'angle d'incidence, κ un angle de frottement neige/ obstacle, et ρ la masse volumique de l'avalanche. Ce calcul est directement issu de l'application du théorème de la quantité de mouvement d'Euler appliqué à un volume de contrôle placé à l'amont et à l'aval de l'obstacle (figure 37).

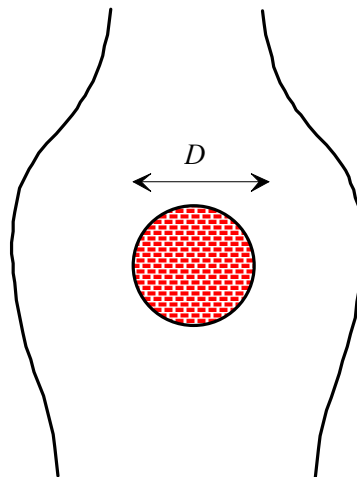


• Figure 33 : obstacle important déviant l'avalanche.

- Si l'obstacle est de petites dimensions, alors la force d'impact est de la forme :

$$P = \frac{cD}{2} \rho u^2 \quad (51)$$

avec D la projection de la surface exposée sur le plan perpendiculaire à la direction de l'avalanche, c un coefficient de forme.

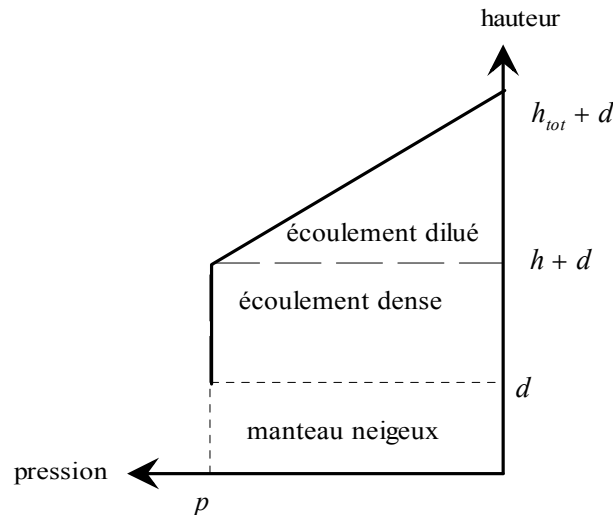


• Figure 34 : effort sur un petit obstacle.

Le modèle VSG préconise aussi un profil de pression d'impact selon la hauteur. La figure 39 donne le diagramme typique de pression. On distingue une partie dense près du manteau neigeux (d'épaisseur) et une couche de neige diluée d'épaisseur :

$$h_{tot} = h + f\left(\frac{D}{h}\right) \frac{u^2}{2g\zeta} \quad (52)$$

où f est une fonction du rapport D/h , traduisant l'effet de l'obstacle sur la hauteur d'écoulement et ζ un facteur de dilution.



• Figure 35 : profil de pression selon la hauteur.

Dans certains cas l'avalanche est en mesure de remonter une pente négative. Les auteurs considèrent en général que l'avalanche ne subit alors qu'une force de frottement de type μmg . L'équation du mouvement se réduit donc à :

$$\frac{du}{dt} = g \sin \theta - \mu g \cos \theta \quad (53)$$

En considérant qu'avant la remontée la vitesse de l'avalanche est u_0 , on déduit par simple intégration que l'avalanche remonte une dénivelée de :

$$\Delta H = \frac{u_0^2 \sin \theta}{2g(\mu \cos \theta - \sin \theta)} \quad (54)$$

7.5.4 Valeurs des paramètres du modèle VSG

Les directives suisses du modèle VSG fixent les paramètres employés dans les différentes étapes du calcul. Parmi les paramètres les plus importants, il faut citer :

- le coefficient de frottement ξ qui traduit l'influence de géométrie d'écoulement, la rugosité du fond mais également la macro-rugosité (sinuosité du tronçon, végétation). Pour un site (ou pour une succession de tronçons informes du site), ce coefficient est supposé constant. La valeur de ξ est indiquée dans le tableau 17 ;
- le coefficient de frottement μ est supposé traduire des caractéristiques intrinsèques au comportement de l'avalanche (masse volumique, viscosité, teneur en eau liquide, etc.). La valeur de μ est indiquée dans le tableau 15.

A noter que plus récemment, des auteurs suisses ont suggéré de relier le coefficient μ directement à la période de retour de l'avalanche plutôt qu'à son volume.

Outre ces deux paramètres-clés, le modèle VSG fait intervenir :

- une masse volumique ρ , préconisée à 300 kg/m³ ;
- un coefficient de frottement neige obstacle κ allant de 0,3 pour des interfaces lisses (neige/ neige ou neige/ béton) à 0,4 pour des interfaces rugueuses (neige/ sol ou neige/ mur rugueux) ;
- un coefficient de dilution ζ égal à 1,5 pour de la neige sèche et légère et compris entre 2 et 3 pour de la neige lourde ;
- une fonction d'atténuation $f(D/h)$ allant de 0,1 (pour $D/h \leq 0,1$) à 1 (pour $D/h \geq 3$).

A noter que le calage des paramètres μ et ξ a été revu de manière critique à plusieurs reprises :

- Buser et Frutiger [29] ont sélectionné dix avalanches de grande ampleur et bien documentées. Ils aboutissent au couple optimal de valeurs : $\xi = 1067 \text{ m/s}^2$ et $\mu = 0,155$ pour rendre compte des distances d'arrêt observées ;
- par Föhn et Meister ;
- par Gubler [30] ;
- par Lied [1].

A signaler aussi l'interprétation de Salm des coefficients μ et ξ [31]. L'origine du coefficient ξ est interprétée à l'aide d'un raisonnement à la Bagnold, c'est-à-dire en considérant que les collisions entre particules de neige et surface de glissement sont responsable d'une force de frottement de la forme $F \propto u^2$. De même Salm se sert de la loi de Coulomb pour donner un sens

au coefficient μ . Dans l'article Salm essaie de justifier un certain nombre d'approximations du modèle VSG, notamment la distance minimale pour avoir un régime permanent après un changement de pente (47), l'épaisseur de la zone de dépôt (éq. 48),

Enfin, le modèle VSG a été confronté à des événements bien documentés. Gubler (1989) présente la comparaison du modèle VSG (tel que présenté dans les directives suisses) avec un modèle de Voellmy avec résolution numérique le long de chaque tronçon. Concernant la zone d'arrêt, quatre types de profil ont été mis en évidence :

1. les zones d'arrêt avec une pente proche de l'horizontale ;
2. les zones d'arrêt avec remontée de pente (pente négative) ;
3. les zones d'arrêt s'étendant sur une grande distance et de pente relativement forte ;
4. les zones d'arrêt avec des variations significatives de la pente.

Ces modèles ont été comparés à 25 événements. Il en sort que :

- le modèle VSG sous-estime la vitesse des grosses avalanches dans leur phase d'écoulement ;
- il sous-estime le dépôt de neige dans la zone de transit et surestime la hauteur de dépôt dans la zone d'arrêt
- le modèle VSG sous-estime la distance d'arrêt dans le cas de profil de terrain de type (1) ;
- pour les profils de terrain (3) et (4), les résultats sont très sensibles à la segmentation par tronçon du profil longitudinal ;

7.6 Le modèle PCM pour les avalanches coulantes

7.6.1 Equations de base

Le modèle de Perla-Cheng-McClung (PCM) est une variante du modèle de Voellmy [11]. La principale différence réside dans la forme du coefficient de frottement λ qui est supposé maintenant dépendre de la masse de l'avalanche : $\lambda = D/m$, où D est un coefficient de frottement dynamique. L'équation de base du modèle est tirée de l'équation générale 36 :

$$\frac{1}{2} \frac{du^2}{dx} = g \cos \theta_0 (\tan \theta_0 - \mu) - \frac{D}{m} u^2 \quad (55)$$

7.6.2 Principe de résolution

Dans ce modèle, on divise le profil longitudinal en une succession de tronçons homogènes et on calcule la vitesse de l'avalanche à chaque nœud. Par application de 37, on tire qu'en considérant que la vitesse à l'entrée A du tronçon i de longueur L_i , incliné de θ_i est u_i^A , la vitesse à la fin du tronçon B est :

$$u_i^B = \sqrt{\frac{m}{D} g \cos \theta_i (\tan \theta_i - \mu) (1 - e^{2L_i D/m}) + e^{2L_i D/m} (u_i^A)^2} \quad (56)$$

Compte tenu du changement éventuel de pente au nœud B entre les tronçons i et $i+1$, on en tient compte d'une correction sous la forme suivante :

$$u_i^A = u_i^B \cos(\theta_i - \theta_{i+1}) \quad (57)$$

Si la pente est telle que $\tan \theta_i < \mu$ et la vitesse initiale à l'entrée trop faible, il se peut que l'avalanche s'arrête avant le nœud B. Dans ce cas, la distance d'arrêt à partir du nœud A se déduit directement par application de l'équation 38 :

$$x_{\text{arrêt}} = \frac{m}{2D} \ln \left(1 - \frac{Du_0^2}{mg \cos \theta (\tan \theta - \mu)} \right) \quad (58)$$

7.6.3 Valeurs des paramètres dans le modèle de Perla

Contrairement au modèle VSG, le modèle de Perla n'a pas fait l'objet de directives spécifiques. Plusieurs auteurs ont proposé des jeux de paramètres. Ainsi, Bakkehøi et ses collègues ont appliqué le modèle à 25 profils de terrain (massif des Cascades, Etat de Washington), 73 profils autour de Ørsta et 38 de Stryn (tous deux en Norvège). Ils ont estimé que la dénivellation totale du site Y doit intervenir dans la définition des paramètres de frottement, vraisemblablement à travers une relation du type : $M/D = f(Y)$. En effet, d'après leur analyse en première approximation, la vitesse maximale atteinte par l'avalanche est comprise entre $2,2\sqrt{Y} \leq u_{\text{max}} \leq 3\sqrt{Y}$. Ils estiment que le paramètre M/D doit être choisi dans la fourchette $Y/10 \leq M/D \leq 10Y$ et que le coefficient de frottement μ doit être pris dans l'intervalle $0,1 < \mu < 0,5$. Dans bien des cas, il n'est pas possible que $M/D > Y$ à moins d'imposer des valeurs très fortes à μ .

8 Modèle de Béghin pour les aérosols

8.1 Hypothèse et équations de base

Entre les années 1980 et 1992, P. Béghin a développé avec E. Hopfinger un modèle original, qui a été largement repris et étendu par d'autres auteurs par la suite. Ce modèle repose sur un certain nombre d'approximations et hypothèses :

- Un aérosol peut être assimilé à un écoulement d'une bouffée turbulente lâchée instantanément.
- Sa forme se conserve de manière homothétique tout le long du mouvement. On admet que pour un écoulement bidimensionnel, la bouffée a la forme d'un demi cylindre à base elliptique et que pour un écoulement tridimensionnel, il a la forme d'un demi ellipsoïde. On note H la hauteur de l'écoulement (demi petit axe), L sa longueur (grand axe), et si besoin, l sa largeur. Une conséquence sur l'homothétie de la forme est que le rapport $k = H / L$ se conserve tout le long du mouvement.
- La bouffée est soumise à une force d'Archimède relative à la différence de densité $\Delta\rho$ entre le fluide en écoulement $\bar{\rho}$ et le fluide ambiant ρ_a :
 - la force de frottement est de type turbulent : $F_{frot.} = SC_D\bar{\rho}U^2$, avec S la surface de la bouffée en contact avec le sol, C_D un coefficient de frottement (turbulent), U la vitesse moyenne de l'écoulement (prise au centre de gravité) ;
 - la force de poussée d'Archimède s'exprime de la sorte : $F_{Arch.} = \Delta\bar{\rho}Vg \sin \theta$, si V désigne le volume de la bouffée.
- Béghin inclut également une force dite de masse ajoutée qui traduit l'effet de résistance exercée par le fluide ambiant sur le mouvement de la bouffée. En effet, le fluide ambiant exerce deux types d'action :
 - une action qualifiée de statique (puisque persistant pour un corps au repos), qui correspond au poids du volume de fluide équivalent $-\rho_a Vg \sin \theta$ (théorème d'Archimède), action dont on a déjà tenu compte plus haut, puisque le terme moteur est écrit sous la forme : $F_{Arch.} = \Delta\bar{\rho}Vg \sin \theta$;

- un terme dynamique lié au déplacement d'un corps. Ce terme est difficile à calculer et il n'en existe pas d'expression générale. Il existe un certain nombre de cas où l'on peut l'évaluer. Par exemple, en faisant l'hypothèse que le fluide ambiant est assimilable à un fluide parfait irrotationnel, alors on montre que le fluide ambiant n'exerce aucune résistance à un mouvement de translation permanent (paradoxe de d'Alembert), mais qu'en revanche il exerce une force s'opposant à une accélération du corps [32]. Dans le cas d'un ellipsoïde de révolution, on trouve que la force de réaction s'écrit : $F_{dyn.} = \rho_a \dot{U}L^3 / 3$ [32]. Comme le volume d'un demi ellipsoïde de révolution autour de son grand axe L vaut : $\pi H^2 L / 3$ (ou encore $\pi k^2 L^3 / 3$), on tire donc : $F_{dyn.} = \rho_a \dot{U}V / (2\pi k^2)$. Notons que ce terme est proportionnel à la masse volumique du fluide ambiant, certains auteurs parlent d'effet de masse ajoutée, car tout se passe comme si on ajoutait au corps au mouvement une masse virtuelle égale à $k_v \rho_a V$, avec $k_v = 1 / (2\pi k^2)$ le coefficient de masse ajoutée. Dans le cas d'un cylindre à base elliptique, la force de réaction (par unité de largeur) s'écrit : $F_{dyn.} = \pi \rho_a \dot{U}H^2$ [32]. Dans ce cas, le coefficient de masse ajoutée pour un demi cylindre est : $k_v = 2k$. A noter que dans le cas présent, le volume du corps varie également en fonction de temps. Une approximation utile consiste à supposer que la force de réaction s'écrit dans ce cas : $F_{dyn.} = \rho_a k_v d(UV) / dt$.
- Béghin suppose qu'il y a entraînement du fluide ambiant et que le flux entrant est proportionnel à la surface de contact entre les deux fluides. Il appelle α le coefficient de proportionnalité et admet qu'il ne dépend que de la pente. On alors une variation de volume du fait de l'entraînement de la forme :

$$\frac{dV}{dt} = \alpha(\theta) U S_c \quad (59)$$

où S_c est la surface de l'interface. Dans le cas bidimensionnel on a : $S_c = k_s \sqrt{HL}$, avec un facteur de forme : $k_s = E(1 - 4k^2) / \sqrt{k}$ où E est la fonction intégrale elliptique. Dans le cas d'un demi ellipsoïde (de révolution), on a $S_c = k_s HL$, avec un facteur de forme : $k_s = k\pi \left(2k + (\arcsin 2k) / \sqrt{1 - 4k^2} \right)$.

- Béghin admet que, localement, le bilan de masse peut être affecté par une reprise d'une certaine quantité de neige au sol, d'une épaisseur h_0 et d'une masse volumique ρ_0 . Le bilan de masse s'écrit alors :

$$\frac{dm}{dt} = \rho_0 U h_0 \delta \quad (60)$$

où l'on a supposé que δ coïncide avec $l(x)$ la largeur maximale de l'aérosol.

Ce faisant le bilan total de masse s'écrit :

$$\frac{dm}{dt} = \rho_0 l(x) h_0 U + \rho_a \alpha(\theta) U S_c \quad (61)$$

Le bilan de quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{d\bar{\rho} V U}{dt} = \Delta\bar{\rho} g V \sin\theta - S C_D \bar{\rho} U^2 - k_v \rho_a \frac{dV U}{dt} \quad (62)$$

A cela s'ajoute la définition de la différence de masse volumique : $\Delta\bar{\rho} = \bar{\rho} - \rho_0$. Le volume peut s'écrire comme le produit des trois longueurs : $V = \kappa H(x) L(x) l(x)$, avec κ un facteur de forme. Dans le cas d'un demi cylindre à base elliptique, on a : $\kappa = \pi/4$. Dans le cas d'un demi ellipsoïde, on a $\kappa = \pi/6$. On rappelle qu'on suppose que le rapport $k = H/L$ se conserve tout le long de l'écoulement. Dans le cas bidimensionnel (demi cylindre à base elliptique), $l(x)$ est imposé par ailleurs. Dans le cas tridimensionnel (demi ellipsoïde), on peut admettre qu'à l'instar de k , il existe un rapport k' tel que : $k' = H(x)/l(x)$. En faisant, le décompte des équations et des inconnues, on se rend compte que dans le cas général, on a 2 équations pour 3 inconnues : $U, H, \bar{\rho}$. Il faut donc une troisième équation. Celle-ci est en général donnée sous la forme d'une loi de croissance de la forme :

$$\frac{dH}{dx} = \alpha_H \quad (63)$$

8.2 résolution des équations en l'absence de reprise

A noter que dans le cas simplifié d'un écoulement bidimensionnel sans reprise ($h_0 = 0$) et où le frottement à la paroi peut être négligé ($C_D = 0$), une solution analytique existe. En effet, du bilan de masse on tire que en se servant de la relation $d(\)/dt = U d(\)/dx$:

$$\frac{d\bar{\rho} \kappa H L}{dx} = \rho_a \alpha(\theta) k_s \sqrt{H L} \quad (64)$$

Or on a également à tout instant :

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_0 V_0 + \rho_a (V - V_0)}{V} \quad (65)$$

où ρ_0, V_0 constituent la masse volumique et le volume initiaux de l'aérosols. Reportée dans l'équation de conservation de la masse, on obtient simplement que :

$$\kappa \frac{dHL}{dx} = \alpha(\theta) k_s \sqrt{HL} \quad (66)$$

soit encore :

$$\frac{dH}{dx} = \frac{1}{2} \frac{\alpha(\theta) \sqrt{k} k_s}{\kappa} \quad (67)$$

ce qui montre que dans ce cas le taux de croissance de $H(x)$ est bien constant. On a alors :

$\alpha_H = \alpha(\theta) \sqrt{k} k_s / (2\kappa)$. A noter qu'en injectant cette équation dans l'équation de quantité de mouvement, on a :

$$U \frac{dVU}{dx} = 2HU^2 \alpha_H + \frac{1}{2} H^2 \frac{dU^2}{dx} = \frac{g'_0}{1+k_v} \frac{V_0}{\kappa k l_0} \sin \theta \quad (68)$$

où l'on a appliqué l'approximation de Boussinesq, c'est-à-dire que l'on a considéré que devant les termes inertiels : $\bar{\rho} \approx \rho_a$ et où $g'_0 = \Delta \bar{\rho}_0 / \rho_a$. Soit encore à résoudre l'équation différentielle du premier ordre en U^2 :

$$\frac{dU^2}{dx} + \frac{4}{H(x)} \alpha_H U^2 = \frac{2\beta(\theta)}{H^2(x)} \quad (69)$$

où pour simplifier on a introduit : $\beta(\theta) = g'_0 V_0 \sin \theta / (\kappa k l_0 (1+k_v))$. On trouve finalement que :

$$U^2 = \frac{3h_0^4 u_0^2 + 6\beta x H(x) + 2\beta \alpha^2 x^3}{3H^4(x)} \quad (70)$$

On trouve ainsi que la vitesse diminue asymptotiquement comme $U \propto 1/\sqrt{x}$.

8.3 Modélisation des aérosols réels

8.3.1 Principes

Béghin a appliqué son modèle dans le cas de courant de turbidité à échelle réduite en cuve noyée. A cet effet, il a utilisé le jeu suivant d'équations :

$$\frac{1}{1-\alpha_2/2} \frac{dm}{dx_f} = \rho_0 l(x) h_0 + \rho_a \alpha(\theta) S_c \quad (71)$$

$$U_f \frac{d(\bar{\rho} + k_v \rho_a) V U_f}{dx_f} = \frac{\Delta \bar{\rho} g}{1-\alpha_2/2} V \sin \theta - S C_D \bar{\rho} U_f^2 (1-\alpha_2/2) \quad (72)$$

où (x_f, U_f) désigne la position et la vitesse du front. Il s'agit donc bien d'un jeu d'équations donnant non pas la vitesse moyenne mais la vitesse du front. On a effet entre les deux :

$$U = U_f - \frac{dL}{dt} = U_f \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \quad (73)$$

Il admet que les longueurs caractéristiques de l'écoulement vérifient des lois de la forme :

$$\frac{dH}{dx} = \alpha_H \quad (74)$$

$$\frac{dL}{dx} = \alpha_L \quad (75)$$

$$\frac{dl}{dx} = \alpha_l \quad (76)$$

où $\alpha_H, \alpha_L, \alpha_l$ ne dépendent que de la pente. Nous avons toujours les relations :

$$S_c = k_s L l \quad (77)$$

$$V = \kappa H L l \quad (78)$$

Les différents paramètres ont été calés à partir des expériences et Béghin a trouvé les valeurs indiquées dans le tableau 18 [25, 26].

	2 D		3 D	
	Avec reprise	Sans Reprise	Avec reprise	Sans Reprise
κ	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/6$	$\pi/6$
k_v	$2k$	$2k$	$\approx 1,6k$	$\approx 1,6k$
k_s	0,5	0,5	0,75	0,75
α_H	$10^{-3}(\theta + 5)$	$3,5 \cdot 10^{-3}(\theta + 10)$	$(3 \pm 0,5) \cdot 10^{-3}(\theta + 5)$	$2,5 \cdot 10^{-3}(\theta + 10)$
α_L	$\theta \leq 15 \Rightarrow \alpha_L \approx 0,45 \pm 0,05 \quad \theta > 15 \Rightarrow \alpha_L \approx 2,1 \cdot 10^{-3}(\theta + 150)$			
α_l	0		$\theta > 10 \Rightarrow 0,46 \quad \theta < 10 \Rightarrow \alpha_l \approx 0,85 \pm 0,15$	
C_D	0,003		0,003	

• Tableau 18 : tableau des valeurs des différents paramètres.

Les expériences de Béghin (ainsi que son modèle) ont été reprises notamment par :

- Fukushima [33] étudia des écoulements tridimensionnels. Il trouva $\alpha_l = 0,354(\tan \theta)^{0,264}$, $\alpha_H = 2.10^{-3}\theta$, $k_s = \pi/4$, $k_v = 2/(8,09\sqrt[3]{\theta})$.
- Fukushima [34] étudia le front de propagation d'écoulements bidimensionnels. Il a utilisé une variante du modèle de Béghin. Il réalisa des essais avec des solutions salines. Pour son modèle, il s'est servi des relations suivantes : $\kappa = \pi/4$, $\alpha_H = 2.10^{-3}\theta$, $k_s = \pi\sqrt{1+4k^2}/(2^{3/2}\sqrt{k})$, $k = 8,47/\sqrt[3]{\theta}$, $k_v = 2k$.

La mise sous une forme sans dimension des équations donne :

$$\frac{1}{1-\alpha_2/2} \frac{d\tilde{\rho}\tilde{V}}{d\tilde{x}_f} = \rho_0\tilde{h}_0 + \alpha(\theta)\tilde{S}_c \quad (79)$$

$$\tilde{U}_f \frac{d(\tilde{\rho} + k_v)\tilde{V}\tilde{U}_f}{d\tilde{x}_f} = \frac{\tilde{V}}{1-\alpha_2/2} - C_D\tilde{U}_f^2(1-\alpha_2/2)\tilde{\rho}\tilde{S} \quad (80)$$

où on a introduit : $\tilde{\rho} = \rho/\rho_a$, comme échelle de longueur H_0 , et comme échelle de vitesse $\sqrt{g'H_0\sin\theta}$ (vitesse caractéristique donnée par Benjamin). A noter que la vitesse sans dimension $U_f/\sqrt{g'H_0\sin\theta}$ est formellement identique au nombre de Froude densimétrique (ou à l'inverse du nombre de Richardson).

9 Méthodes de dépouillement statistique

On admet que l'on dispose d'une série temporelle de cumuls de neige $C_{i,j}$ (par exemple des cumuls de neige journalier) pendant n_a années consécutives. L'indice i représente l'année i et l'indice j correspond à la $j^{\text{ème}}$ mesure réalisée durant l'année i .

9.1.1 Méthode des maxima annuels

Quand on dispose d'une série temporelle suffisamment longue (plus de 10 ans), on peut appliquer la méthode des maxima annuels. Elle consiste à :

1. calculer la valeur maximale des cumuls journaliers pour une année donnée ;
2. réitérer le calcul pour toutes les autres années dont on dispose ;
3. classer les données par ordre décroissant ;
4. affecter à chacune des données une fréquence empirique. Par exemple, à la $k^{\text{ème}}$ mesure de cette série ordonnée, on peut affecter la fréquence empirique simple (de non-dépassement) suivante :

$$F = \frac{k}{n_a + 1} \quad (81)$$

D'autres expressions de fréquence empirique sont disponibles. Notamment dans le cas des précipitations et de l'utilisation ultérieure de la loi de distribution de type Gumbel, il est fréquent d'employer la formule suivante :

$$F = \frac{k - 0,3}{n_a + 0,4} \quad (82)$$

5. reporter dans un diagramme les données, avec en général en abscisse la fréquence et en ordonnée la valeur. On peut ensuite caler des lois statistiques.

Pour appliquer cette méthode, un certain nombre d'hypothèses devraient être à vérifier ou, en tout cas, sous-tendent le résultat final. Parmi les plus importantes, on doit porter son attention sur :

- *homogénéité* : toutes les précipitations de neige sont issues d'un même phénomène physique. Naturellement la dynamique des chutes de neige est un phénomène physique ou plutôt un ensemble de phénomènes physiques, qui reste identique quelle que soit l'époque ou le lieu

géographique. Toutefois, pour une même région, l'origine des dépressions induit des caractéristiques météorologiques marquées (humidité, vent, passage front chaud/ front froid, durée, température de l'air, etc.) du passage perturbé et donc des chutes de neige. Ces différentes caractéristiques ne devraient pas remettre en cause l'homogénéité des données ;

- *stationnarité* : les propriétés statistiques de la variable étudiée sont indépendantes du temps. Naturellement, les variations du climat sont particulièrement sensibles en montagne et on peut se demander à juste titre si elles ne se reflètent pas également dans les précipitations de neige. Une analyse critique de ce point doit être réalisée.

A noter aussi l'usage courant consistant à introduire non pas la fréquence empirique de non-dépassement F (probabilité qu'un événement soit dépassé) mais une période de retour T (exprimée en années), qui se définit comme étant :

$$T = \frac{1}{1-F} \quad (83)$$

9.1.2 Méthode des maxima mensuels

La méthode des maxima mensuels est identique dans le principe à celle des maxima annuels. Elle permet d'augmenter de manière significative le nombre de données dans la série à traiter. La procédure est identique à ceci près qu'on considère maintenant les cumuls maxima sur chaque mois. Comme on travaille avec les précipitations de neige et le plus souvent avec des données issues des postes placés dans des domaines skiables, cela impose de travailler sur un nombre limité de mois, en général de janvier à avril.

9.1.3 Méthode du renouvellement

Dans son principe, la méthode du renouvellement est différente des méthodes des maxima. Elle consiste à :

1. se fixer un certain seuil de précipitation (par exemple 25 cm) ;
2. sélectionner tous les cumuls de neige supérieurs ou égaux à ce seuil. On appelle n_s le nombre de données supérieur à ce seuil ;
3. classer les données par ordre décroissant ;
4. affecter à chacune des données une fréquence empirique. Par exemple, à la $k^{\text{ème}}$ mesure de cette série ordonnée, on peut affecter la fréquence empirique simple (de non-dépassement) suivante :

$$F = \frac{k}{n_a + 1} \quad (84)$$

D'autres expressions de fréquence empirique sont disponibles. Notamment dans le cas des précipitations et de l'utilisation ultérieure de la loi de distribution de type Gumbel, il est fréquent d'employer la formule suivante :

$$F = \frac{k - 0,3}{n_a + 0,4} \quad (85)$$

5. reporter dans un diagramme les données, avec en général en abscisse la fréquence et en ordonnée la valeur. On peut ensuite caler des lois statistiques spécifiques de type exponentielle simple ou Weibull.

9.1.4 lois statistiques

9.1.4.1 Loi de Gumbel : application à la méthode des maxima annuels

En hydrologie classique (pour les débits et les précipitations), une loi de probabilité souvent appliquée est la loi de Gumbel ou loi des valeurs extrêmes, dont la forme est :

$$C = C_0 - G \ln(-\ln F) \quad (86)$$

où nous avons exprimé le quantile C en fonction de la probabilité (de non-dépassement) F et où nous avons introduit deux paramètres : le gradex G et le mode C_0 . On peut également exprimer cette loi sous la forme inverse :

$$F = \text{Prob}(c \leq C) = \exp\left(-\exp\left(-\frac{C - C_0}{G}\right)\right) \quad (87)$$

Comme indiqué plus haut, nous travaillerons essentiellement en période de retour, que l'on définit comme étant :

$$F = 1 - \frac{1}{T} \quad \text{ou} \quad T = \frac{1}{1 - F} \quad (88)$$

Il existe plusieurs méthodes pour calculer les coefficients G et C_0 . Parmi les plus classiques, on peut citer la méthode des moments, qui consiste à égaliser les deux premiers moments (moyenne \bar{C} et écart-type σ_C) de la distribution théorique et les moments empiriques de l'échantillon correspondants. Ce faisant, on obtient :

$$G = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \sigma_C \quad \text{et} \quad C_0 = \bar{C} - 0,455 \sigma_C \quad (89)$$

9.1.4.2 Loi de Gumbel : application à la méthode des maxima mensuels

On peut appliquer une loi de Gumbel à des maxima mensuels, puis repasser à des fonctions de répartition portant des maxima annuels. Pour cela il faut connaître quelle relation lie les probabilités de rencontrer un maximum sur un mois et sur un an. En admettant que les cumuls sont indépendants, on peut écrire que la probabilité annuelle P_a est le produit des probabilités mensuelles $P_{m,i}$:

$$P_a(c \leq C) = \prod_{i=1}^{12} P_{m,i}(c \leq C) \quad (90)$$

En règle générale, il ne neige qu'une partie de l'année et de plus, dans bien des cas, les postes de nivo-météorologie ne sont ouverts qu'une partie de l'année. De ce fait, il est en général préférable de ne retenir que les quatre premiers mois de l'année (janvier à avril). On a alors :

$$P_a(c \leq C) = \prod_{i=1}^4 P_{m,i}(c \leq C) \quad (91)$$

Si maintenant on admet qu'il y a équiprobabilité de rencontrer le plus fort cumul pour chacun des quatre mois, on a déduit que :

$$P_a(c \leq C) = P_m^4 \quad (92)$$

Ainsi, si l'on peut caler une loi de Gumbel sur une série de maxima mensuels :

$$C = C_{0,m} - G_m \ln(-\ln P_m) \quad (93)$$

On peut déduire la loi de probabilité pour les maxima annuels :

$$C = C_{0,m} - G_m \ln(-\ln P_a^{1/4}) = C_{0,m} + G_m \ln(4) - G_m \ln(-\ln P_a) \quad (94)$$

Par identification, on trouve immédiatement que : $G = G_m$ et $C_0 = C_{0,m} + G_m \ln 4$.

9.1.4.3 Méthode du renouvellement

En pratique, la méthode du renouvellement consiste à étudier au cours d'une période fixée (en général un an) :

- la probabilité de dépasser un seuil donné S (on sélectionne l'ensemble des éléments ayant dépassé ce seuil). On appelle $P_s(n)$ la probabilité de dépasser n fois le seuil au cours d'une année ;
- la probabilité qu'une précipitation ayant dépassé S dépasse en plus un certain niveau de précipitation. On appelle $Q(C)$ la probabilité qu'à un cumul de neige de dépasser le seuil tout en ne dépassant pas le niveau de précipitation : $Q(C) = \text{Prob}(c < C | c > S)$;

- la probabilité $F(C)$ que le cumul maximal sur l'année ne dépasse pas un certain niveau de cumul C .

Puisque les cumuls de neige sont des événements indépendants, on peut montrer que la probabilité $F(C)$ est donnée par :

$$F(C) = \text{Prob}(c \leq C) = \sum_{k=0}^{\infty} P_s(k) Q(C)^k \quad (95)$$

En général, on fait l'hypothèse que :

- $P_s(n)$ suit une loi de Poisson $P_s(n) = e^{-\mu} \mu^n / n!$, qui est une fonction de répartition à un seul paramètre (μ) ;
- $Q(C)$ est une loi exponentielle de la forme : $Q(C) = 1 - \exp(-\rho(C-S)^p)$ (loi à deux paramètres (p et ρ)).

Les trois paramètres peuvent être déterminés par la méthode du maximum de vraisemblance. On obtient alors :

$$\mu = \frac{n_s}{n_a} \quad (96)$$

$$\rho = \frac{n_s}{\sum_{i=1}^{n_s} (C_i - S)^p} \quad (97)$$

p est solution de l'équation suivante :

$$\frac{n_s}{p} + \sum_{i=1}^{n_s} \ln(C_i - S) - \frac{n_s}{\sum_{i=1}^{n_s} (C_i - S)^p} \sum_{i=1}^{n_s} (C_i - S)^p \ln(C_i - S) = 0 \quad (98)$$

A noter qu'en pratique, on peut choisir une loi exponentielle simple pour faciliter les calculs ($p=1$).

10 Quelques exemples d'analyse spatiale

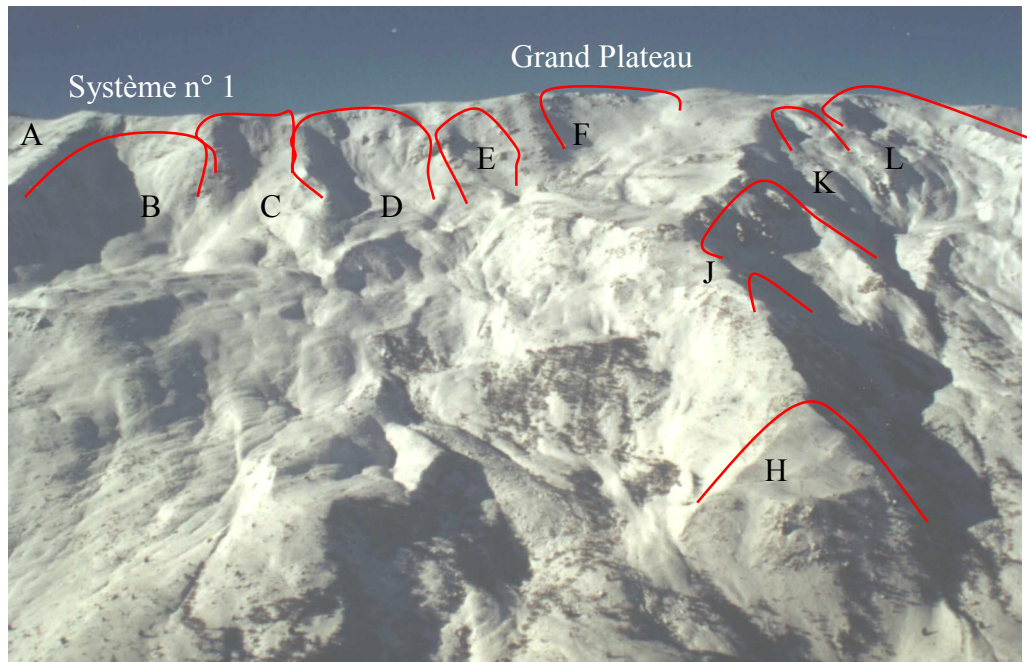
10.1 Exemple 1 : le versant peu marqué

Nous reportons ici un exemple d'un versant très ouvert avec une pente relativement régulière (versant est du Grand Plateau à Valloire, Savoie). Comme l'illustre la photographie de la figure 42, le découpage en panneaux de la zone d'accumulation est relativement aisé : le relief en forme de conque permet d'identifier une série de différents panneaux, qui vraisemblablement fonctionnent de manière autonome. L'examen du profil en long montre une zone d'accumulation en moyenne peu raide (58 %) et une différence peu marquée entre les différentes zones. Non apparente sur la photographie, la zone de dépôt est constituée du fond de vallon (torrent de la Neuvache) perpendiculaire au versant du Grand Plateau. Dans la zone d'écoulement, on note :

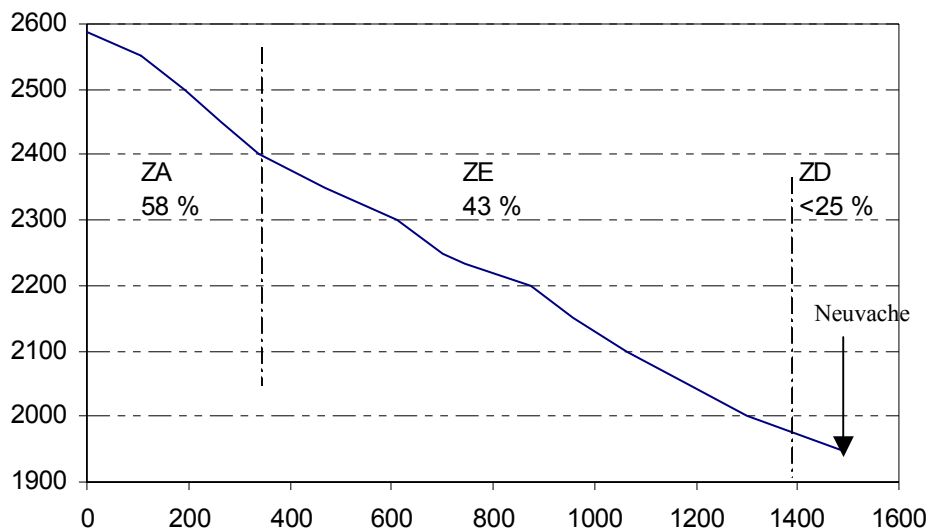
- une pente moyenne (43 %) ;
- plusieurs petits ressauts ;
- deux radoucissements de pente (30 à 35%) ;
- un faible confinement ;
- et en conséquence une trajectoire qui peut être très variable.

En termes d'activité avalancheuse, on en déduit que :

- la plupart des avalanches partent et s'arrêtent dans la zone d'accumulation, éventuellement dans les petits replats de la zone d'écoulement ;
- il existe deux points d'accumulation dans la zone d'accumulation qui sont des points privilégiés d'arrêt des avalanches de faible ampleur : cotes 2350 et 2250 m ;
- les avalanches majeures du site peuvent franchir l'ensemble des zones jusqu'à la Neuvache. Une condition nécessaire est que le volume de neige soit suffisamment conséquent compte tenu de l'ouverture du versant et des faibles pentes, sans quoi la hauteur d'écoulement serait insuffisante et l'avalanche s'arrêterait. Il faut aussi que la neige mobilisée soit suffisamment fluide pour qu'elle puisse franchir des pentes aussi moyennes sur un versant ouvert.



• Figure 36 : vue aérienne du versant est du Grand Plateau.

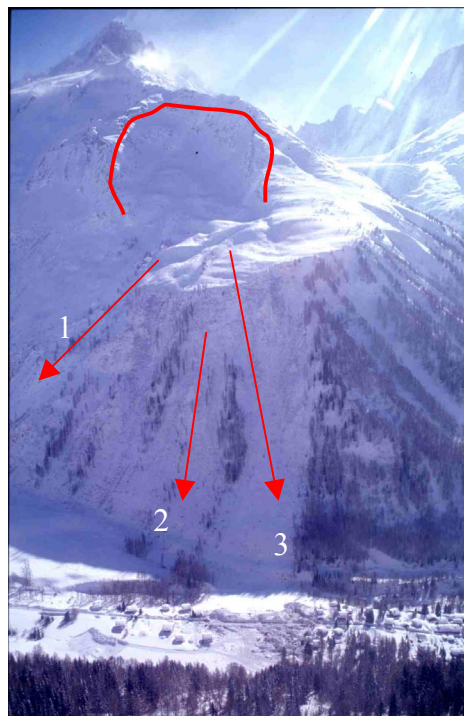


• Figure 37 : profil en long du couloir issu du panneau B.

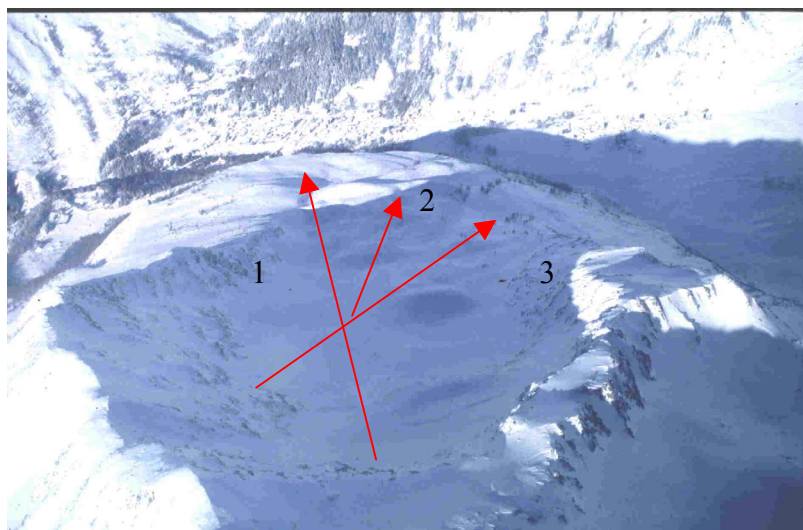
10.2 Exemple 2 : zone d'accumulation alimentant plusieurs couloirs

Nous reprenons ici l'exemple du site de Péclerey au-dessus de Montroc (Chamonix-Mont-Blanc, Haute-Savoie). La zone d'accumulation est un vaste cirque d'environ 10 hectares de pente soutenue (74 %) mais sans excès. Une difficulté surgit dans le découpage de la zone d'accumulation en panneaux. En effet, le relief est complexe (cirque rocheux, avec rochers

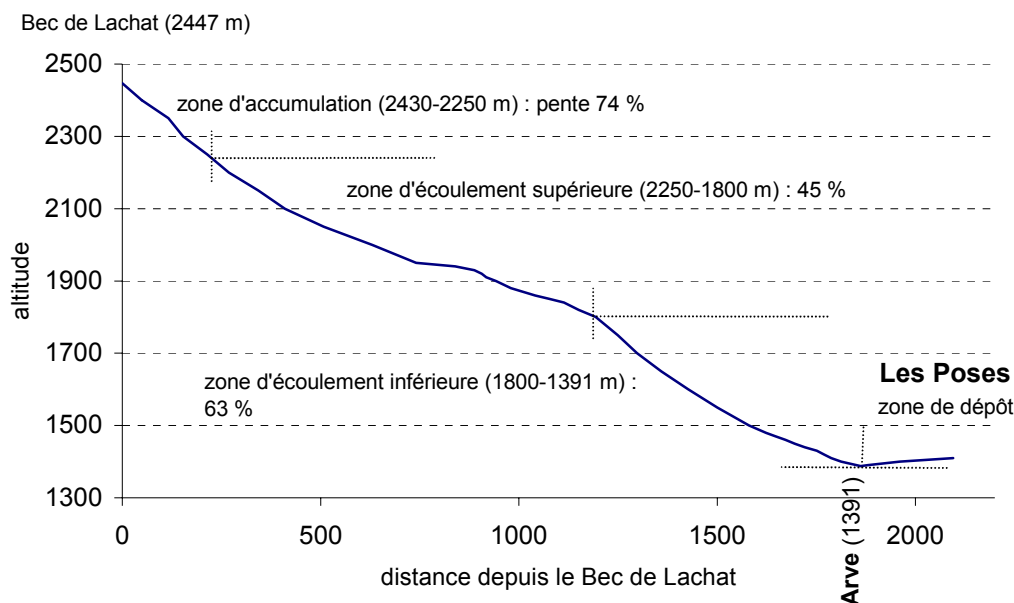
affleurant, glacier rocheux ou éboulis en pied de cirque formant des mamelons, etc.). Compte tenu de la largeur et de la large gamme d'orientations couverte dans la zone d'accumulation, il est probable qu'il n'existe pas un seul panneau mais plusieurs, dont les limites doivent largement dépendre des conditions nivologiques. Il n'est pas exclu que l'ensemble de la zone d'accumulation parte en une seule fois, mais le cas général doit plutôt être un départ en plaque d'une partie du cirque.



• Figure 38 : vue aérienne du site de Péclerey et aperçu des trois cheminements possibles.



• Figure 39 : vue aérienne de la zone d'accumulation.



• Figure 40 : profil en long du site de Péclerey (couloir n° 3 sur le cliché de la figure 14)

Cette diversité de conditions de départ explique que la zone d'accumulation puisse alimenter plusieurs couloirs. Historiquement d'ailleurs, la CLPA recense trois couloirs différents issus de la même zone d'accumulation.

L'analyse des photographies aériennes et des plans topographiques montrent que le confinement des avalanches est faible. Il s'agit donc d'avalanches de versant.

Le profil en long apporte également des éléments intéressants. On note pour le couloir n° 3 :

- l'existence d'un radoucissement marqué de la pente vers 1950 m ;
- un ressaut très marqué sous la ligne de cote 1900, avec un point d'inflexion dans le profil ;
- une zone de dépôt complexe, où soit l'avalanche remonte le versant opposé (adret) si elle est rapide, soit suit le lit de l'Arve si elle est lente.

En termes d'activité avalancheuse, cela induit :

- des trajectoires d'écoulement complexes avec au moins 3 cheminements possibles à étudier ;
- un phénomène de seuil pour le profil en long tracé (couloir n° 3), avec arrêt des avalanches de faible ampleur vers 1950 ;
- différents comportements possibles des avalanches dus à l'effet de la cassure de pente (accélération, aération) ;
- différents comportements possibles des avalanches au niveau de l'Arve.

10.3 Exemple 3 : couloir alimenté par plusieurs zones d'accumulation

Le cas inverse du cas précédent est un site comportant plusieurs zones d'accumulation qui alimentent en partie basse un seul couloir. Un exemple est donné par le bassin du Saint-Clément (Savoie). Celui-ci comporte quatre zones d'accumulation très différentes (pente moyenne de 30 à 40°, orientation de sud à nord, rugosité, couverture végétale, etc.) et de superficie variant entre 10 et 40 ha. De plus, chaque zone d'accumulation s'organise en plusieurs panneaux au fonctionnement en général indépendant. On ne peut toutefois pas exclure que plusieurs panneaux partent simultanément.

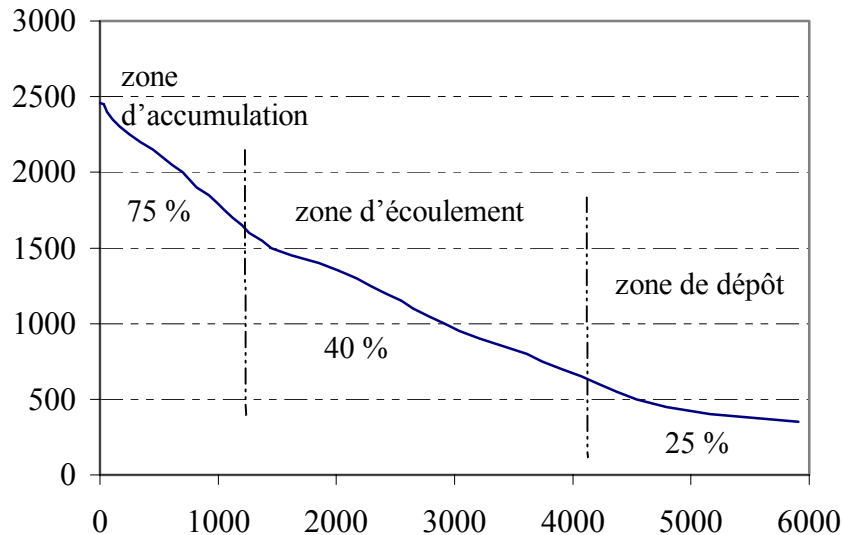


• Figure 41 : vue d'une partie des zones d'accumulation du bassin du Saint-Clément et aperçu du chenal d'écoulement après l'avalanche du 20 février 1999.

Une autre particularité de ce site est que le chenal d'écoulement (collectant le flux des grosses avalanches issues des différentes zones d'accumulation) a un profil en long peu régulier en partie haute (entre 800 et 1500 m d'altitude), facilitant ainsi le dépôt des avalanches peu rapides. A l'opposé, la partie basse (entre 800 et 500 m) est très régulière, avec une pente moyenne de 30 % (cf. Fig. 48).

Dans le cas présent, un des moyens d'apprécier le mode de fonctionnement des zones d'accumulation et notamment évaluer la probabilité d'un déclenchement rapproché de plusieurs panneaux est d'examiner les renseignements apportés par les carnets forestiers sur les volumes

déposés par les avalanches. Nous n'avons retenu que les avalanches dont la cote d'arrêt est inférieure à 1000 m. Il y a deux difficultés : d'une part, les estimations de données par les carnets forestiers sont très approximatives et incomplètes, d'autre part ces données ne concernent que des volumes déposés.



• Figure 42 : profil en long typique du cheminement suivi par une avalanche issue de la principale zone d'accumulation.

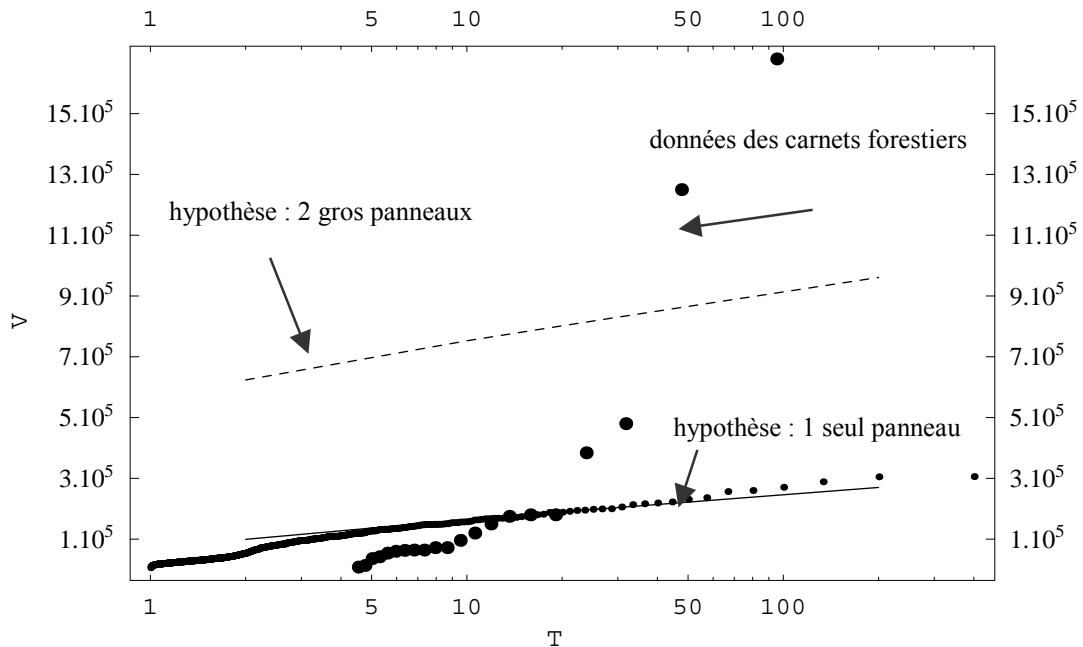
En faisant les hypothèses suivantes :

- les avalanches sont généralement issues du principal panneau, le plus vaste et celui qui doit partir le plus facilement après des chutes de neige ;
- on peut estimer la quantité de neige mobilisable typique comme étant le cumul de neige sur les trois derniers jours ;
- la neige entre la zone d'accumulation et la zone de dépôt subit un tassement important (densité trois fois plus grande dans le dépôt que dans le manteau neigeux) ;

on peut faire une estimation des volumes de neige que peuvent déposer des avalanches. Cette estimation peut se faire en admettant qu'un seul panneau part ou bien que deux ou plus décrochent à peu près simultanément. Comme l'illustre la figure 49, on note que :

- pour les tout petites périodes de retour ($T < 10$ ans), les volumes simulés sont bien supérieurs aux valeurs relevées, ce qui est normal puisqu'on s'attend à un dépôt de neige au niveau des radoucissements de pente du torrent pour les petites avalanches ;
- pour les périodes de retour moyennes ($10 < T < 30$ ans), les volumes simulés donnent un ordre de grandeur correct des volumes observés ;

- pour les grandes périodes de retour ($T > 30$ ans), les volumes simulés sont bien au-dessous (jusqu'à un facteur 10 !) des valeurs notées dans les carnets forestiers.



• Figure 43 : distribution du volume de neige déposé en fonction de la période de retour. Les gros points représentent les données des carnets forestiers (uniquement les avalanches dont la cote d'arrêt est inférieure à 1000 m). Les petits points symbolisent les données simulées avec l'hypothèse que c'est le principal panneau qui part. La courbe continue représente la tendance associée à ces points simulés numériquement. La courbe en tiret représente le volume qui serait déposé si on admettait que simultanément l'ensemble des panneaux de deux zones d'accumulation partaient. Volumes exprimés en m^3 et période de retour en années.

Si tant est qu'on puisse entièrement s'appuyer sur les données des carnets forestiers, on tire de cette comparaison qu'il est vraisemblable que pour les petits phénomènes (avalanches assez fréquentes), on puisse considérer le panneau le plus dangereux de la principale zone d'accumulation comme la zone de départ privilégiée, mais pour de gros phénomènes (avalanches rares à exceptionnelles), il faut considérer que plusieurs panneaux de différentes zones d'accumulation contribuent au volume des avalanches.

10.4 Exemple d'analyse spatiale assistée par ordinaire

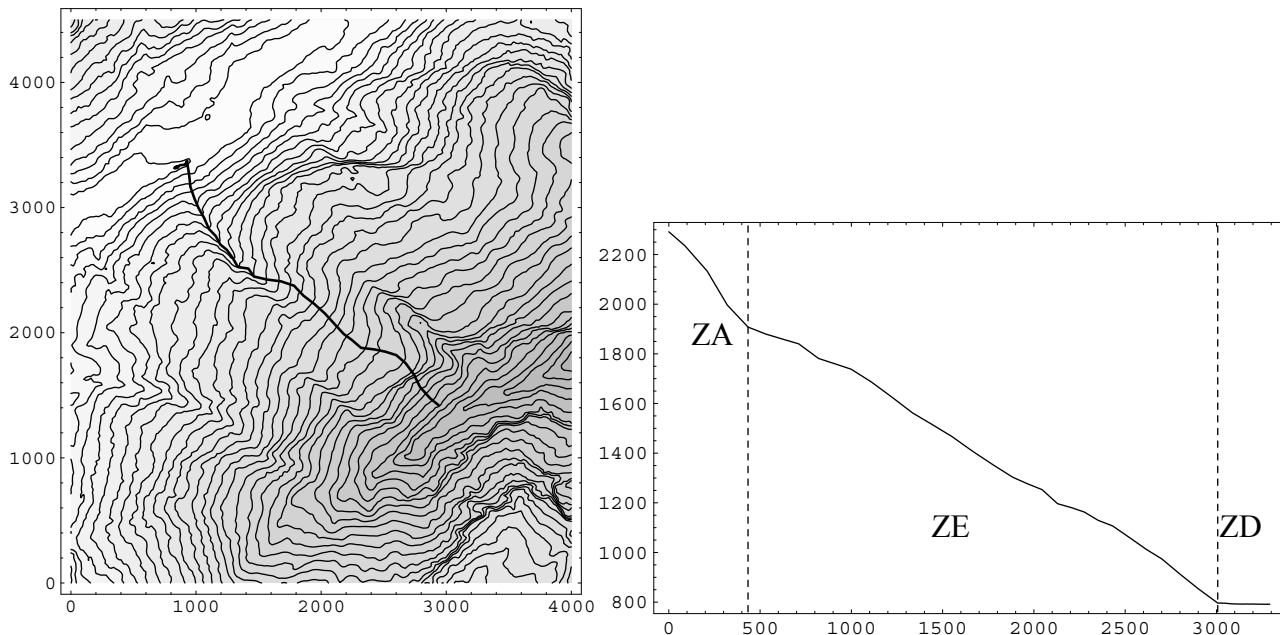
Nous donnons juste après un exemple sur le couloir du Saugy (Haute-Savoie).

Pour une avalanche lente (de largeur typique 150 m), le code de calcul fournit :

- zone d'accumulation entre 2290 et 1907 m, pente moyenne à 88 % ;

- zone d'écoulement entre 1907 et 796 m, pente moyenne à 39 % ;
- zone de dépôt au-dessous de 796 m, pente moyenne à 2 %.

Le code indique également : l'existence d'un ressaut, plusieurs radoucissements de pente, une canalisation entre 1353 et 913 m, puis entre 796 et 791 m. On note sur le plan topographique le changement de direction effectué par une avalanche lente à l'arrivée sur la zone de dépôt.

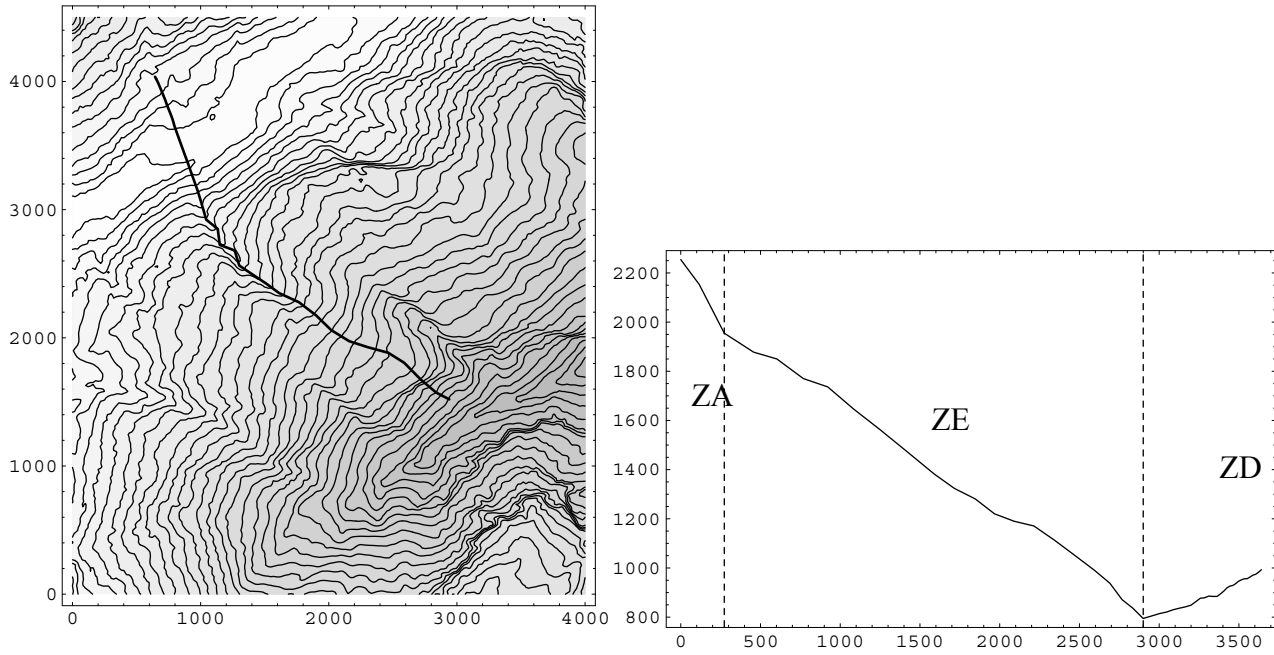


• Figure 44 : plan topographique (une courbe de niveau par 25 m) montrant le cheminement probable des avalanches lentes et profil en long de ce cheminement.

Pour une avalanche rapide, le code de calcul fournit :

- zone d'accumulation entre 2290 et 1907 m, pente moyenne à 88 % ;
- zone d'écoulement entre 1907 et 796 m, pente moyenne à 39 % ;
- zone de dépôt sur l'adret

Le code indique également : l'existence d'un ressaut, plusieurs radoucissements de pente, une canalisation entre 1382 et 937. On note sur le plan topographique que l'avalanche n'est pas astreinte suivre le talweg mais au contraire remonte l'adret.



• Figure 45 : plan topographique (une courbe de niveau par 25 m) montrant le cheminement probable des avalanches rapides et profil en long de ce cheminement.

En bref, il semble tout à fait possible, comme le montre le prototype présenté, de réaliser des systèmes d'aide voire d'élaboration d'analyse spatiale de site avalancheux.

11 Références

1. Lied, K., et al., *Calculation methods for avalanche run-out distance for the Austrian Alps*. 1995, NGI: Oslo.
2. Lied, K. and R. Toppe, *Calculation of maximum snow avalanche runout distance based on topographic parameters identified by digital terrain models*. *Annals of Glaciology*, 1989. **13**: p. 164-169.
3. Lied, K. *Snow avalanche experience through 25 years at NGI*. in *25 years of snow avalanche research*. 1998. Voss: Norwegian Geotechnical Institute.
4. Norem, H. and S. Bakkeoi. *Estimating run-out distances for extreme snow avalanche*. in *Université européenne d'été sur les risques naturels*. 1992. Chamonix: Cemagref.
5. McClung, D.M. and A.I. Mears, *Extreme value prediction of snow avalanche runout*. *Cold Regions Science and Technology*, 1991. **19**: p. 163-175.
6. Ghali, A., *Méthodes statistiques pour la détermination de la distance d'arrêt des avalanches*. 1996, Université Joseph Fourier.
7. McClung, D.M. and K. Lied, *Statistical and geometrical definition of snow avalanche runout*. *Cold Regions Science and Technology*, 1987. **13**: p. 107-119.
8. Ghali, A., *Estimation de la distance maximale d'arrêt des avalanches*. *Neige et Avalanches*, 1994. **68**: p. 19-22.
9. Voellmy, A., *Über die Zerstörungskraft von Lawinen*. *Schweizerische Bauzeitung*, 1955. **73**: p. 159-162, 212-217, 246-249, 280-285.
10. Salm, B., A. Burkard, and H. Gubler, *Berechnung von Fliesslawinen, eine Anleitung für Praktiker mit Beispielen*. 1990, Eigdenössichen Institut für Schnee- und Lawinenforschung (Davos).
11. Perla, R., T.T. Cheng, and D.M. Mc Clung, *A two-parameter model of snow-avalanche motion*. *Journal of Glaciology*, 1980. **26**: p. 197-202.
12. Decrop, G. and C. Charlier, *De l'expertise scientifique au risque négocié : vers des scènes locales de risque ?*. 1995, Cemagref.
13. Mears, A.I., *Snow-avalanche hazard analysis for land-use planning and Engineering*. 1992, Colorado Geological Survey: Denver.
14. Burkard, A. and B. Salm, *Die Bestimmung der mittleren Anrissmächtigkeit d° zur Berechnung von Fliesslawinen*. 1992, IFENA.

15. Burkard, A. *calculs techniques relatifs aux avalanches et cartes de danger d'avalanches dans des zones touristiques*. in *Actes de la 6^e Table Ronde Européenne Prévention locale des avalanches*. 1997. Saas-Fe.
16. Buisson, L. and C. Charlier. *Avalanche modelling and integration of expert knowledge in the Elsa system*. in *International workshop on rapide gravitational mass movements*. 1993. Grenoble: Cemagref.
17. Buisson, L. and C. Charlier. *Analyse de sites avalancheux : le système ELSA*. in *Université européenne d'été sur les risques naturels*. 1992. Chamonix: Cemagref.
18. Berger, F., *Rôle de protection des forêts*. 1996, ENGREF.
19. Berger, F., *Prise en compte de la fonction de protection des forêts de montagne vis-à-vis des risques gravitaires dans l'établissement des plans de prévention des risques (PPR). Partie n°1 : interactions forêt-aléas naturels. Etude bibliographique*. 1999, Cemagref: Grenoble.
20. Lang, M., *Les chroniques en hydrologie*. 1995, Université Joseph Fourier: Grenoble.
21. Bakkehoi, S. *Snow avalanche prediction using a probabilistic method*. in *Avalanche formation, movement and effects*. 1986. Davos: IAHS.
22. Foehn, P. and P. Haechler. *Prévision de grosses avalanches au moyen d'un modèle déterministe-statistique*. in *Deuxième rencontre internationale sur la neige et les avalanches*. 1978. Grenoble: ANENA.
23. Mases Cabero, M., *Analyse et modélisation de la neige transportée par le vent sur des sites d'avalanche et sur les domaines skiables. Application aux sites du Stillberg (Alpes suisses) et de la Molina (Pyrénées catalanes)*, in *Université Joseph Fourier*. 1997: Grenoble.
24. Cogoluenhes, P., *L'avalanche des Favrandes du 16 mai 1983*. 1983, Direction Départementale de l'Agriculture (Savoie), Services RTM.
25. Beghin, P., E.J. Hopfinger, and R.E. Britter, *Gravitational convection from instantaneous sources on inclined boundaries*. *Journal of Fluid Mechanics*, 1981. **107**: p. 407-422.
26. Beghin, P. and X. Olagne, *Experimental and theoretical study of the dynamics of powder snow avalanches*. *Cold Regions Science and Technology*, 1991. **19**: p. 317-326.
27. Niel, E., *Sécurité opérationnelle des systèmes de production*, in *Techniques de l'ingénieur*.
28. Lied, K. and S. Bakkehoi, *Empirical calculations of snow avalanche run-out distances based on topographic parameters*. *Journal of Glaciology*, 1980. **26**: p. 165-177.

29. Buser, O. and H. Frutiger, *Observed maximum run-out distance of snow avalanches and determination of the friction coefficients μ et ξ* . Journal of Glaciology, 1980. **26**: p. 121-130.
30. Gubler, H. *Measurements and modelling of snow avalanche speeds*. in *Avalanche formation, movement and effects*. 1987. Davos: IAHS.
31. Salm, B., *Flow, flow transition and runout distances of flowing avalanches*. Annals of Glaciology, 1993. **18**: p. 221-226.
32. Batchelor, G.K., *An introduction to fluid dynamics*. 1981, Cambridge: Cambridge University Press. 615.
33. Fukushima, Y. and N. Hayakawa, *Dynamics of three-dimensional inclined thermal*. Journal of Hydraulic Engineering, 1995. **121**: p. 600-607.
34. Fukushima, Y., *Numerical simulation of gravity current front*. Journal of Hydraulic Engineering, 1998. **124**: p. 572-578.
35. Hosmer, D.W. and Lemeshow, S., *Applied logistic regression*. Wiley-Interscience publication, 1986, 304 p.
36. Christensen, R., *Log-Linear Models and Logistic Regression*. Springer Texts in Statistics, 1997, 483 p.
37. Blijenberg, H., *Rolling stones ? Triggering and frequency of hillslope debris flows in the Bachelard Valley, southern French Alps*. Universiteit Utrecht, 1998, 223 p.

